

# 1 はじめに

リニアコライダの最終収束系に関する設計の概念は1995年のOHOセミナーで山本昇氏 [1] により簡単に纏められている。当時のリニアコライダの最終収束ビーム光学系の設計は Global Chromaticity Correction と呼ばれる手法を用いたビーム光学系であった。そして、Global Correction を基にした最終収束系はアメリカの SLAC にある FFTB (Final Focus Test Beam)[2] と呼ばれる施設で実験的検証がおこなわれた [3]。

その後、P.Raimondi[4] らによって、Local Chromaticity Correction と呼ばれる手法を用いた新たなリニアコライダの為の最終収束ビーム光学系が提唱された。この Local Correction を基調としたビーム光学系が現在の最終収束系の主流となっている。また、90年代から2000年代初頭にかけて、日本での GLC 計画 [5] をはじめ世界各国で幾つかのリニアコライダ計画が存在していた。しかし、リニアコライダの実現に向けて、2004年夏に今まで分散されていた英知を結集して世界で一つの「超伝導リニアコライダ」の共通設計をおこなうことが確認された。この計画は ILC (International Linear Collider) 計画と呼ばれている [6]。最終収束系の設計は ILC においても Local Chromaticity Correction を基調としたビーム光学系が採用されている。このような背景のもと、現在、高エネルギー加速器研究機構では、加速器試験施設 ATF (Accelerator Test Facility)[7] のビームを使い、Local Correction を基調とした最終収束ビーム光学系の実験的検証を進めようとしている [8]。

本稿では、まず最終収束ビーム光学系を設計する際に必要な一般的な注意点を説明する。その後、リニアコライダの為に考えられた Global Correction と Local Correction という2種類の最終収束ビーム光学系を比較することにより、現在の ILC の最終収束系がどのように考えられて設計されたものかを説明したい。また、最終収束系周辺の設計の現状も併せて説明することにより、現在 ILC の最終収束型周辺では、どのような問題があり、どのような検討がなされているかも説明していきたいと思う。

また、ILC の最終収束系でのビーム光学系の設計に限っては、ビームがマルチバンチかシングルバンチかの違いは重要でない。そのため、本稿における全ての議論ではマルチバンチのことに触れず、全てシングルバンチの議論に終始させて頂くことを初めに了承して頂きたい。

## 2 最終収束系のパラメータの最適化

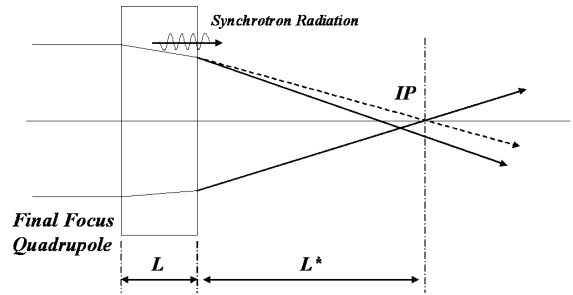


図 2.1: Oide Limit の原理図。衝突点直前の四極電磁石でビーム内の粒子の軌道が変わるときに発生する Synchrotron 放射光によって収差が起こる。

本セミナーの主題は「超伝導リニアコライダ」となっているが、本稿が担当する「最終収束ビーム光学系の設計」に関しては、超伝導、常伝導の如何に関わらず基本設計は同じである。しかし、ILC のような超伝導リニアコライダでは、GLC などの常伝導リニアコライダとは最適とされるパラメータに違いが出る。ILC と GLC のパラメータの違いは、入射ビームのパラメータから生まれ、特に大きな違いが出るのはバンチ長である。しかし、この入射ビームのパラメータの違いも、超伝導と常伝導の違いというよりは、粒子を加速する主リニアックの周波数や加速勾配などが原因で決定されている。それ故、本稿は「超伝導リニアコライダ」のための最終収束系の設計というより、現在の ILC の最終収束系の設計の説明となる。このように、最終収束系を設計する際に最適とされるパラメータは最終収束系の中で完全に閉じて議論ができるものではなく、入射ビームのパラメータの制限により変わってくる。本章では、一般論としてのビームを絞ることの出来る限界値や ILC での最終収束系のパラメータの最適化の議論をしたいと思う。

### 2.1 四極電磁石の放射光による制限

まず初めに、ビームを絞る際の原理的な限界を考えることにする。ビームが衝突点直前の四極電磁石の磁場でビームを収束させる際に、粒子の軌道が曲げられ Synchrotron 放射光が放出される。この効果により、衝突点直前の四極電磁石を通過するとき、ビームのエネルギー拡がりが大きくなり、焦点にも収差が生じる。この効果によるビームサイズの増大はビーム破壊と共に起こるため、他の方法で補正することは出来ない。そのため、この効果は最終収束系でビームを絞る原理的な限界となる。この衝突点直前の四極電磁石による効果は、最初に提唱した生田勝宣氏の名前をとって、Oide Limit と呼ばれている [9]。

表 2.1: GLC と ILC の最終収束系のパラメータ (1TeV) の比較

	GLC[5]	ILC[6]
$N$	$0.72 \times 10^{10}$	$2 \times 10^{10}$
$\gamma\varepsilon_x$	$3.6\mu\text{m}$	$10\mu\text{m}$
$\gamma\varepsilon_y$	$40\text{nm}$	$40\text{nm}$
$\beta_x^*$	$13\text{mm}$	$30\text{mm}$
$\beta_y^*$	$110\mu\text{m}$	$300\mu\text{m}$
$\sigma_x^*$	$219\text{nm}$	$554\text{nm}$
$\sigma_y^*$	$2.1\text{nm}$	$3.5\text{nm}$
$\sigma_z$	$110\mu\text{m}$	$300\mu\text{m}$

それでは、実際に Oide Limit によるビームサイズの限界値を求めてみよう。以下の議論では、効果の大きい垂直方向に限り話を進めていくことにする。まず、電磁石内で粒子の軌道が曲げられた際の Synchrotron 放射光によるエネルギー損失で生じるビーム内の粒子のエネルギー拡がり

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle^2 \cong \frac{\gamma^5 r_e \lambda_e L}{\langle R_y \rangle^3} = C_1 \frac{\gamma^5 r_e \lambda_e \sigma_{y'}^3}{L^2} \quad (2.1)$$

となる。ここで、 $\langle R_y \rangle$  は電磁石内での粒子の軌道半径の平均値で、電磁石の長さを  $L$  と置いたとき  $\langle R_y \rangle \propto L/\sigma_{y'}$  と表せる。また、 $C_1$  は衝突点周辺の電磁石の置き方による放射光の出方を表すパラメータであり、一般的な最終収束系では  $C_1=7$  程度であることが知られている。

衝突点のビームサイズは、衝突点直前の四極電磁石での Synchrotron 放射で生じるエネルギー拡がり、衝突点での発散角、四極電磁石から衝突点までの距離  $L^*$  を使って、一次近似で、

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &\cong \sigma_y^{*2} + (L^* \sigma_{y'})^2 \left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle^2 \\ &\cong \varepsilon_y \beta_y^* + C_1 \gamma^5 r_e \lambda_e \left( \frac{L^*}{L} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_y}{\beta_y^*} \right)^{\frac{5}{2}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

となる。ここで、衝突点でのビームの発散角は、エミッタンスとベータ関数を使って、 $\sigma_{y'} = \sqrt{\varepsilon_y/\beta_y^*}$  と置いた。ここで、式 (2.2) の第一項は、衝突点のベータ関数を小さくすると小さくなるが、反対に、第二項はベータ関数が小さくなると大きくなる。この2つの項により、ベータ関数が

$$\beta_{y,\min} \cong 1.29 \gamma \left\{ C_1^2 r_e^2 \lambda_e^2 (\gamma \varepsilon_y)^3 \left( \frac{L^*}{L} \right)^4 \right\}^{\frac{1}{7}} \quad (2.3)$$

のとき、衝突点で絞ることが出来るビームサイズは最小となる。このようにして、最終収束系で絞ることが出来る原

理的な限界の値は、

$$\begin{aligned} \sigma_{y,\min}^* &\cong 1.35 \left\{ C_1 r_e \lambda_e (\gamma \varepsilon_y)^5 \left( \frac{L^*}{L} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{7}} \\ &\cong 1.19 \sqrt{\varepsilon_y \beta_{y,\min}^*} \end{aligned} \quad (2.4)$$

となる。式 (2.4) から、衝突点直前の四極電磁石の長さ  $L$  と四極電磁石から衝突点までの距離  $L^*$  を同じ値とした時、GLC、ILC 共に 500GeV のビームに対して絞ることの出来るビームサイズの限界値は約 1.3nm となる。一方、GLC、ILC の設計ビームサイズは、表 2.1 から 2.1nm、3.5nm である。GLC では、Oide Limit より約 1.6 倍、ILC に関しては約 2.7 倍大きな値に設計されている。この値だけを見ると、かなり余裕がある設計に感じるが、Oide Limit が示す限界値は、その値までは絞っても良いという値ではなく、 $\sigma_{y,\min}^*$  を得るときには、ビームの形はもはやガウシアンの形状から大きく外れ、大きなテールの分布を持つようになる。また、大量の Synchrotron 放射光の発生に伴い、衝突点でのエネルギー分布も広くなり、そのエネルギー幅が物理実験に大きな悪影響を与える。そのため、GLC のパラメータ設定では Oide Limit を視野に入れ、最終収束系のパラメータの最適化がおこなわれた。

一方、ILC のパラメータでは、 $\beta_y^*$  は  $\beta_{y,\min}^*$  の約 10 倍と、 $\beta_{y,\min}^*$  に比べて有意に大きくとっている。つまり Oide Limit のような原理的な収束限界以外の制限からパラメータの最適化がおこなわれている度合いが強い。そこで、次節以降では、ILC では、どのような考慮のもとに最終収束系のパラメータの最適化がおこなわれたかについて説明していきたい。

## 2.2 バンチ長による制限

一次近似では、粒子数が  $N$  個の 2 つのビームが 1 回の衝突で生じる Luminosity は

$$\mathcal{L} = \frac{N^2}{4\pi \sigma_x^* \sigma_y^*} \quad (2.5)$$

となる。この式からも分かるように Luminosity を大きくする為には、衝突点でのビームサイズを小さく絞ることは重要である。しかし、実際には衝突点で、ある値以下にビームサイズを絞っても Luminosity は大きくならない、若しくは小さくなってしまふことがある。一方、次章で説明をするが、衝突点でビームサイズを小さくするには大変な困難があり、出来るだけ小さいビームサイズにまでビームを絞ると言っても簡単なことではない。よって、衝突点でビームを絞る際にはそれ相応の最適値がある。

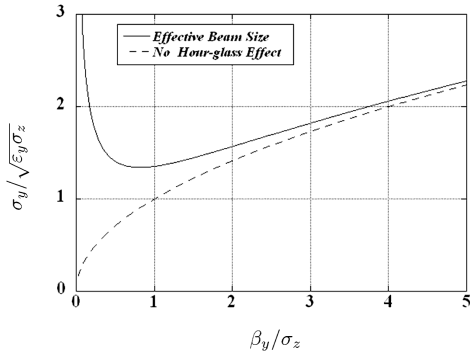


図 2.2: ベータ関数に対するビームサイズの変化。実線は実際の有効ビームサイズを表し、点線は砂時計効果が無い場合を表している。また、縦軸はベータ関数がバンチ長となったときの値で規格化している。

では、Luminosity に対する個々の制約を説明していこう。Luminosity に対する制約の一つは、砂時計効果と呼ばれるものである。ILC において砂時計効果が影響するのは、ビームサイズの小さい垂直方向のみなので、以下の議論は垂直方向のみの議論とするが、パラメータの取り方次第では砂時計効果が水平方向のビームサイズにも影響をすることもある。砂時計効果の原理は以下のようなものである。焦点でのベータ関数を  $\beta_y^*$  と置くと、ビームサイズは、ビームライン沿って

$$\sigma_y(s) = \sqrt{\beta_y^* \varepsilon_y \left(1 + \frac{s^2}{\beta_y^{*2}}\right)} \quad (2.6)$$

のように変化する。式 (2.6) から分かるように、衝突点  $s = 0$  でのビームサイズ  $\sigma_y^* = \sqrt{\beta_y^* \varepsilon_y}$  を小さくする為には  $\beta_y^*$  を小さくしなければならない。一方、 $\beta_y^*$  を小さく取りすぎてしまうと、衝突点から少し離れると、すぐにビームサイズが大きくなってしまふ。進行方向にガウス分布しているビームに対する有効的な垂直方向のビームサイズは、進行方向の分布の積分値として、

$$\begin{aligned} \sigma_{y,\text{eff}} &= \int_{-\infty}^{+\infty} ds \frac{\sqrt{\varepsilon_y \beta_y^*}}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} \sqrt{1 + \frac{s^2}{\beta_y^{*2}}} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_z^2}\right) \\ &\approx \sigma_y^* \sqrt{1 + \frac{0.8\sigma_z^2}{\beta_y^{*2}}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

となる。 $\beta_y^*$  に対する有効的なビームサイズの様子を図 2.2 に示した。図 2.2 では、横軸はバンチ長で規格化したベータ関数、縦軸は有効ビームサイズをベータ関数がバンチ長のときのビームサイズで規格化した値を示した。図 2.2 から、有効ビームサイズはベータ関数がバンチ長程度になったあたりから大きくなり、最小値は  $\sqrt{\varepsilon_y \sigma_z}$  程度になることがわかる。よって、衝突点ではベータ関数をバンチ長以

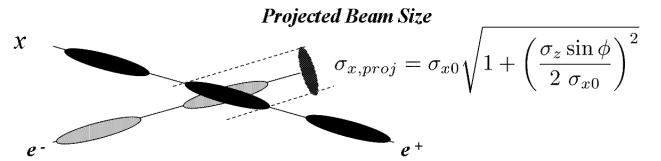


図 2.3: 衝突点で交差角がある場合、その交差する平面（通常、水平面）で、ビームサイズが有効的に大きく見える様子を示した模式図。

下に絞っても有効的なビームサイズは小さくならない。このようなバンチ長に対する制限のことを砂時計効果と呼んでいる。

## 2.3 交差角による制限

ILC では正面衝突ではなく、水平面に有限の交差角をもって衝突するように設計されている。この有限の交差角を持つことによって、図 2.3 に示したように（図には電子ビームから見た陽電子ビームの有効的なビームサイズを模式的に示した。）水平面上のビームサイズは有効的に、一方のビームの進行方向に射影されたビームサイズと等価になる。この時の有効的な水平方向のビームサイズは、

$$\sigma_{x,\text{eff}} = \sigma_x^* \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_z \sin \phi_c}{2 \sigma_x^*}\right)^2} \quad (2.8)$$

となる。ここで、両方のビームが進行方向に向かって進む為、バンチ長は有効的に  $\sigma_z/2$  とした。式 (2.8) から分かるように、有限の交差角を持つとき、 $\sigma_x$  を小さくするほど Luminosity は大きくなる訳ではなく、バンチ長と交差角の大きさにより、最も効率的なビームサイズが存在する。

前節の砂時計効果と、本節の交差角の効果을併せて、砂時計効果は垂直方向のみに効き、交差角は水平方向とすると、幾何学的に Luminosity を減少させる率は、

$$H_{\text{geo}} \approx \left\{ 1 + \frac{0.8\sigma_z^2}{\beta_y^{*2}} + \left(\frac{\sigma_z \sin \phi_c}{2 \sigma_x^*}\right)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

と表せる。この  $H_{\text{geo}}$  は、式 (2.5) で表した理想的な Luminosity から、幾何学的に Luminosity 減少させる比率を表した因子であり、最終収束系のパラメータを最適化する一つの目安となる。

## 2.4 ビームビーム効果の影響

次に、衝突点におけるビームビーム効果の影響を考える。衝突点において、一方のビームが作る磁場の影響を、他方のビームが受けることをビームビーム効果と呼ぶ。ILCでは、ビームを非常に小さく絞る為、ビームが作り出す磁場の強さは数十 T に達する。そのため、2つのビームが衝突する際には、一方のビームが作る磁場が他方のビームに大きな収束力を与える。この収束力は水平垂直双方に起こるものだが、ここでは影響の大きい垂直方向のみを考えることにする。まず、ビームビーム効果によるビームの垂直方向の焦点距離は、

$$\frac{1}{f_y} \approx \frac{2Nr_e}{\gamma \sigma_y^*(\sigma_x^* + \sigma_y^*)} \quad (2.10)$$

となる。このとき、パンチ長に対する焦点距離を、ビームビーム効果によりビームが変形する指標として Disruption Parameter と呼び、

$$D_y = \frac{\sigma_z}{f_y} \approx \frac{2Nr_e\sigma_z}{\gamma \sigma_y^*(\sigma_x^* + \sigma_y^*)} \quad (2.11)$$

と表す。ちなみに、衝突の際のビームの振動数を Disruption Parameter を使って

$$n_y \approx 1.3 \frac{\sqrt{D_y}}{2\pi} \quad (2.12)$$

として定義して使った方が、パラメータの物理的な意味を想像しやすいと思うが、通例に従って Disruption Parameter を使うことにする。

ビームビーム効果の Luminosity への影響は、ビームが衝突の際の収束力で小さく絞られ、式 (2.5) に示した一次近似の Luminosity よりも増幅されることである。この増幅効果は、シミュレーションを基にした研究がすすめられている [12, 13]。ビームビーム効果による Luminosity の増幅効果のシミュレーション結果を図 2.4、2.5 に示した。

このような Luminosity を増幅させる率を、ビームビーム効果による Luminosity Enhancement Factor と呼び  $H_D$  と書き示すことにする。図 2.4 では  $H_D$  の Disruption Parameter  $D_y$  依存性を示した。また、図 2.4 中の幾つかの線は、2つのビーム間の中心位置のオフセット  $\Delta_y$  の違いによる  $H_D$  の違いである。一方、図 2.5 では  $H_D$  の  $\Delta_y$  依存性を示した。

ここで  $\Delta_y$  依存性を示したのは、これもリニアコライダーのように強烈にビームを絞り込むときの特徴で、ビームビーム効果ではビームサイズが小さく絞られる効果だけではなく、2つのビームの中心位置にオフセットがあった場合、お互いに引き合う力が生じるからである。そのため、たとえ2つのビーム間にオフセットがあった場合にも、2つのビームが互いに引き合い、ある程度の Luminosity を得ることができる。

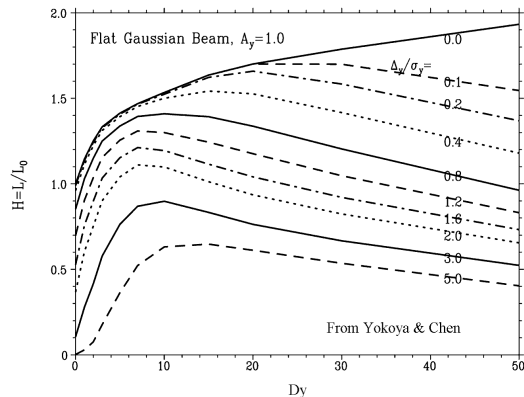


図 2.4: Disruption Parameter の変化に対して Luminosity が増幅される様子を示した図。図中の幾つかの線は、衝突点でのビームのオフセット  $\Delta_y$  の異なる場合を同時に示した。

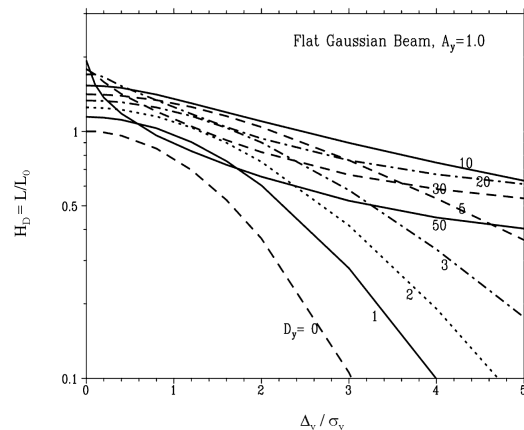


図 2.5: 衝突点でのビームのオフセット  $\Delta_y$  の違いに対する Luminosity 増幅関数の様子を示した図。図中の幾つかの線は、Disruption Parameter の異なる場合を同時に示した。

図 2.4 を見て貰うと分かるように、ビームの中心位置にオフセットが無い場合は  $D_y$  を大きくする程 Luminosity も増幅されるが、有限のオフセットがあるときは、ある  $D_y$  で増幅率は最大値を取り、 $D_y$  がそれ以上大きくなると Luminosity は減少する。つまり、 $D_y$  を非常に大きく取ることは、ビーム間にオフセットが無い場合は大きな Luminosity の増幅率を得ることが出来るが、オフセットに弱い設計になることを意味する。一方  $D_y$  が非常に小さい場合は Luminosity の増幅率も低く、中心位置のオフセットに対しても弱い設計になってしまう。そして、中心位置のオフセットに対して最も強い設計は、図 2.5 を見てもらうとわかるように  $D_y = 10 \sim 20$  辺りになる。 $D_y = 10 \sim 20$  のときには、ビーム間の中心位置が  $5\sigma_y$  離れていた場合で

も、最大値の約 1/3 程度もの Luminosity を得ることが出来る。中心位置が  $5\sigma_y$  離れたガウシアンビームの裾の重なりを考えてもらえば、これがビーム調整の観点から非常に大きな利点となることは容易に想像頂けると思う。

また  $D_y$  が非常に大きい場合は中心位置のオフセットに弱くなると説明したが、オフセットがある場合を考えても、通常ガウシアンビームに比べればビームの中心位置のオフセットに強いパラメータである。そして、オフセットが無い場合の Luminosity の増幅率は  $D_y$  が大きくなる程大きくなる。そのように考えると、 $D_y$  は出来る限り大きく取った方が良いとの考えもあると思うが、実際には  $D_y$  はそれほど大きく取ることができない。

その理由は、衝突点でビームサイズを非常に小さく絞ると、その収束により大量の Synchrotron 放射光を発生し、ビームに大きなエネルギー損失や、エネルギー拡がりが出るからである。また、この大量に生成される Synchrotron 放射光は、測定器に大きなバックグラウンドを作り出し、物理解析へ悪影響を与える。このような 2 つのビームが衝突する際に発生する Synchrotron 放射光のことを Beamstrahlung と呼んでいる。

Beamstrahlung によるビーム内の平均臨界エネルギーは、古典電子半径  $r_e$  を使って、

$$\langle \Upsilon \rangle \approx \frac{5 \gamma}{6 \alpha} \frac{N r_e^2}{\sigma_x (\sigma_x^* + \sigma_y^*)} \quad (2.13)$$

と表せる。更に、この  $\langle \Upsilon \rangle$  と、微細構造係数  $\alpha$  を使って、Beamstrahlung により生成される光子の数、および、ビームビーム効果によるビームのエネルギー減少量は、

$$\frac{N_\gamma}{N} \approx \frac{2.16 \alpha N r_e}{\sigma_x^* + \sigma_y^*} \frac{1}{\sqrt{1 + \langle \Upsilon \rangle^{2/3}}} \quad (2.14)$$

$$-\frac{\Delta E_\gamma}{E} \approx \frac{0.836 \gamma N^2 r_e^3}{\sigma_z (\sigma_x^* + \sigma_y^*)^2} \frac{1}{(1 + 1.31 \langle \Upsilon \rangle^{2/3})^2} \quad (2.15)$$

とあらわせる。ここで、式 (2.14)、(2.15) の最後の項は量子力学的な補正項を表し  $\langle \Upsilon \rangle$  が小さいときは 1 となる。また Beamstrahlung によるエネルギー拡がりは、1 次近似では、

$$\frac{\sigma_{E_\gamma}}{E} \approx \frac{\Delta E_\gamma}{2E} \sqrt{\frac{N}{N_\gamma}} \quad (2.16)$$

と表すことが出来る。ここで、全体を 2 で割ったのは、このエネルギー拡がりが出るのは衝突が完全に終わった後のことなので、衝突過程におけるエネルギー拡がりもその半分となる為である。

式 (2.14)、(2.15) から Beamstrahlung により生成される粒子数、および、エネルギー減少量は、水平垂直方向のビームサイズの和で表されることがわかる。これは、ビー

ムにより生成される磁場の強さはビームの表面積の比例しているからで、ビームの表面積はビームサイズの和に比例する。同様に、ビームビーム効果による Luminosity Enhancement Factor の指標である  $D_y$  も式 (2.11) に示されるように、水平垂直方向のビームサイズの和で表される。これも磁場の強さの影響である。よって  $D_y$  を大きくするためには Beamstrahlung の影響も大きくなってしまふ。

一方、Luminosity は、式 (2.5) から分かるように、水平垂直方向のビームサイズの積で決まる。つまり、ビームサイズの積が一定の条件の下、ビームの縦横比  $r$  変えていけば、Luminosity は変わらず、Beamstrahlung により生成される粒子数は  $2\sqrt{r}/(1+r)$  に比例して減少し、エネルギーの減少量も  $4r/(1+r)^2$  に比例して小さくなる。よって、衝突点においてはビームの形は可能な限り扁平である方が Beamstrahlung の影響は弱くなる。

以上の理由から、Luminosity を出来るだけ高く、ビーム間のオフセットに強い条件と、Beamstrahlung により生成される粒子数、エネルギー減少量を小さくしたい要求を考えると、 $D_y$  は無限に大きくすれば良いわけではなく、10~20 程度とするのが最も効率的である。

## 2.5 ILC の基本パラメータ

ILC における基本パラメータを表 2.2 に纏めた。まず初めに Oide Limit に関しては 2.1 節でも説明したように、限界値が大きい 1TeV のときでも  $\beta_y^*$  の限界は約  $30\mu\text{m}$  であった。ILC では、衝突点のベータ関数は、その約 10 倍の値に設定されているので、衝突点直前の四極電磁石での Synchrotron 放射光の影響は無視できる。そのため、ILC でのパラメータの最適化の際には、Oide Limit のことは頭の片隅には残すものの、最終的なパラメータの設定には Oide Limit の限界値は効いてきてはいない。

また、2.2 節の砂時計効果の議論から、垂直方向のベータ関数はパンチ長程度に抑えるべきであったが、表 2.2 にもあるように、この条件も満たされている。また繰り返しになるが、ILC のパラメータでは Oide Limit と砂時計効果を比較すると砂時計効果の方が限界値は低いので、ILC の垂直方向のベータ関数の限界は砂時計効果により決まっていることがわかる。

ILC のように水平方向に有限の交差角があるとき、水平方向のビームサイズが  $\sigma_z \sin \phi_c / 2$  より小さいと Luminosity が減少することを 2.3 節で述べた。ILC の基本設計では、現在 2mrad と 20mrad の 2 つの交差角が考えられている。そこで、正面衝突、2mrad、20mrad の 3 つの場合に関して、砂時計効果と交差角による幾何学的な Luminos-

表 2.2: ILC における基本パラメータ

	500GeV	1TeV
$N$	$2 \times 10^{10}$	$2 \times 10^{10}$
$\gamma\varepsilon_x / \gamma\varepsilon_y$	$10\mu\text{m} / 40\text{nm}$	$10\mu\text{m} / 40\text{nm}$
$\sigma_z$	$300\mu\text{m}$	$300\mu\text{m}$
$\phi_{c1} / \phi_{c2}$	$2\text{mrad} / 20\text{mrad}$	$2\text{mrad} / 20\text{mrad}$
Oide Limit	$15\mu\text{m}$	$30\mu\text{m}$
$\beta_x^* / \beta_y^*$	$21\text{mm} / 400\mu\text{m}$	$30\text{mm} / 300\mu\text{m}$
$\sigma_x^* / \sigma_y^*$	$655\text{nm} / 5.7\text{nm}$	$554\text{nm} / 3.5\text{nm}$
$H_{\text{geo}}(0)$	0.830	0.745
$H_{\text{geo}}(\phi_{c1})$	0.771	0.689
$H_{\text{geo}}(\phi_{c2})$	0.211	0.176
$D_y$	18.5	17.9
$H_D$	1.70	1.52
$\bar{\Upsilon}$	0.046	0.109
$N_\gamma/N$	1.26	1.43
$-\Delta E/E$	2.2%	5.0%
$\sigma_E/E$	1.0%	2.1%

ity の減少率  $H_{\text{geo}}$  を表 2.2 中に併せて記した。2mrad の交差角の場合は、交差角による Luminosity の減少率は約 7–8% 程度であるが、20mrad の交差角の場合は、交差角の影響で Luminosity は約 1/4 程度まで減少してしまう。そこで、特に 20mrad のような大きな交差角をもって衝突する際には、この影響を解消する為に ILC では Crab 衝突という手法を用いる予定である。Crab 衝突に関する簡単な模式図を図 2.6 に示した。通常の衝突では、図 2.6(1) のように、衝突の際、水平面上のビームサイズが有効的に増大してしまう。しかし、図 2.6(2) のように、Crab 空洞 [10] と呼ばれる特別な空洞を用いることにより、パンチの先頭と後方に位置にズレを生じさせることによって、衝突点で正面衝突が起こった状態を作ることが出来る。その結果、衝突点での交差角の影響を無視できるようになる。この Crab 衝突の実証は 2007 年に KEKB でおこなわれる予定である [11]。この KEKB での Crab 空洞は ILC に求められているものと違うところは多いが、実機でおこなわれる Crab 衝突という意味では非常に参考になる実験である。

次に、ビームビーム効果の影響であるが、2.4 節の議論により、Luminosity を大きくとれ、2つのビーム間の中心位置のオフセットにも強く、かつ、Beamstrahlung による効果も少ないパラメータは  $D_y = 10 \sim 20$  程度のあることを述べた。それに対して、現在の ILC の設計の Disruption Parameter  $D_y$  は、500GeV のパラメータに

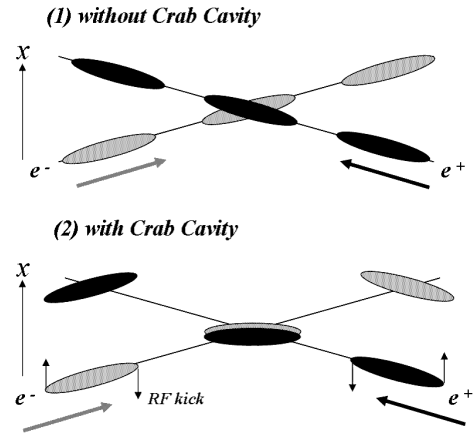


図 2.6: Crab 衝突の様子を示した模式図。Crab 衝突の手法を使えば、図 2.3 のように、水平面方向のビームサイズが有効的に増大することは無いので、交差角による Luminosity の減少を抑えることができる。

関しては 18.5、1TeV に関しても 17.9 となっている。ILC のパラメータは、これらのビームビーム効果に対する要求を考慮に入れて設計されていることがわかって頂けると思う。また、2.4 節では Beamstrahlung の効果を定量的に計算していなかったため、ここでは ILC のパラメータを使った定量的な見積もりを表 2.2 に纏めた。表 2.2 から、500GeV 運転の時には Beamstrahlung によりエネルギーが約 2.2% も下がってしまい、1TeV 運転の時には約 5% も下がってしまうことがわかんと思う。 $D_y$  を更に大きくすると Beamstrahlung の効果は更に大きくなるので、ILC のパラメータでは Beamstrahlung の効果により  $D_y$  に制限がかかっている。

このように、現在の ILC の最終収束光学系のパラメータは、本章で説明したような砂時計効果、2mrad の交差角に関しては交差角の効果 (20mrad の交差角に関しては Crab 衝突を使うので、この効果は考えない)、ビームビーム効果を総合的に考え決められている。しかし、これらのパラメータは、表 2.2 に示したパンチ数、エミッタンス、パンチ長、交差角などの入射ビームのパラメータに対して最適化されたもので、入射ビームのパラメータが変われば最適値も変わってくる。例えば、パンチ内の粒子数が増えれば  $D_y$  が大きくなるので、ビームの扁平率を上げなくてはならなくなるし、垂直方向のエミッタンスを小さくできれば、同じビームサイズに絞ったときでも、ベータ関数を大きく取れるので砂時計効果が弱くなる。また、パンチ長を短く取れば、これは全ての効果に効いてくる。このように、最終収束系の最適化は、入射パラメータに強く依存しているが、かといって、入射パラメータは自由に換えられ

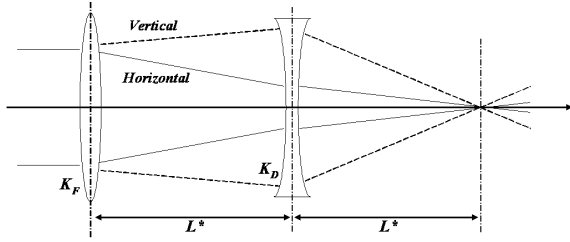


図 3.1: Final Doublet の模式図。2 個のレンズを組み合わせることにより、水平垂直双方が同じ位置で焦点を結ばせることができる。

るものではなく、電子、陽電子源、ダンピングリング、主リニアックなど様々な要求から決められるものである。実際の最終収束系のデザインの設計は、最終収束系のみで独立しておこなわれる訳ではなく、ILC の他のコンポーネントとの比較でおこなわれたものである。

### 3 最終収束ビーム光学系の設計

前章でリニアコライダーにおける最終収束系パラメータの最適化により、最終収束系のパラメータを決めることができた。そこで、本章では、そのパラメータに合うような実際のビームラインの設計を考えることにする。

#### 3.1 Final Doublet における色収差

まずは最終収束系を考える上で最も基本となり大切な Final Doublet について考えることにする。Final Doublet とは、水平垂直双方の焦点をビームの衝突点に合わせるレンズ系のことであり、2 つの四極電磁石を使って構成されている。一般に四極電磁石は電子ビームに対してレンズの役割を果たすが、水平方向に収束させると垂直方向は発散してしまい、反対に水平方向に発散させると垂直方向に収束する性質のものである。しかし、このような性質を持つ四極電磁石でも組み合わせ次第では、水平方向と垂直方向の両方ともに同じ位置で焦点を結ばせることが可能である。

それでは実際の Final Doublet を考えていこう。図 3.1 に Final Doublet の模式図を示した。前節の議論にもあるように、ILC では出来る限り扁平のビームにするのが望ましいので、Final Doublet では、エミッタンスの小さい垂直方向のビームサイズを水平方向よりも小さく絞りたい。その為には、上流に水平方向に収束する四極電磁石（以後 QF と呼ぶ）を置き、下流には水平方向が発散するような四極電磁石（以後 QD と呼ぶ）を置く。ここでは、簡単な

為、薄レンズ近似で考えることにし、QF と QD の間の距離、および、QD から焦点までの距離を共に  $L^*$  と置く。このとき、水平垂直双方の Transfer Matrix はそれぞれ

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & L^* \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +K_D & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L^* \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_F & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$M_y = \begin{pmatrix} 1 & L^* \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_D & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L^* \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +K_F & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

となる。ここで、この Final Doublet と呼ばれるレンズ系に平行にビームが入射して、水平垂直方向双方で同じ位置に焦点を結ぶための条件は、 $M_x(1, 1) = M_y(1, 1) = 0$  であり、この条件の下、式 (3.1)、(3.2) の連立方程式を解くと、QF、QD のそれぞれの強さは  $K_F = 1/\sqrt{2}L^*$ 、 $K_D = \sqrt{2}/L^*$  として求めることが出来る。このようにして、最終収束系の最終段に置く Final Doublet を組むことが出来る。

ここで一つ注意が必要なのは Final Doublet は単なるレンズ系なので、Final Doublet を構成する四極電磁石の強さで衝突点でのビームサイズは決まるのではなく、

$$\sigma_x^* = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \frac{\varepsilon_x L^*}{\sigma_{xi}} \quad (3.3)$$

$$\sigma_y^* = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \frac{\varepsilon_y L^*}{\sigma_{yi}} \quad (3.4)$$

のように入射ビームの大きさ  $\sigma_{xi}$ 、 $\sigma_{yi}$  を変えることにより、焦点でのビームサイズも決まってくる。では、焦点で小さいビームサイズにするには、ただ入射ビームの大きさを大きくすれば良いのかと言われると、それは正しくない。それは焦点でビームを小さく絞る際にはビーム光学的な収差が発生するからである。このビーム光学的な収差を抑えなければ焦点でビームを小さく絞ることは出来ない。そのため、最終収束系を設計する際には、収差を出来るだけ抑えた設計にしなければならない。このようなビーム光学的な収差のうち代表的なものは色収差である。

では、Final Doublet における色収差の影響を考察していこう。ここでも簡単な為、Final Doublet には平行にビームが入射することにして、拡がり角の影響を無視して考える。平行ビームが入射した際の Final Doublet は、式 (3.1)、(3.2) において、QF、QD の強さを、それぞれ  $K_F = 1/\sqrt{2}L^*$ 、 $K_D = \sqrt{2}/L^*$  とした時であることは既に説明した。この Final Doublet にビームのエネルギーが  $\delta = \Delta E/E$  だけズレた粒子が入射したときの影響を考えることにする。その影響をみる為には、式 (3.1)、(3.2) で  $K_F = 1/\sqrt{2}L^*(1+\delta)$ 、 $K_D = \sqrt{2}/L^*(1+\delta)$  と置き換えればよい。このような Final Doublet に、 $\Delta x_i$ 、 $\Delta y_i$  の変位をもった粒子が入射したとき、焦点での変位は、水平、垂直

方向それぞれ

$$\Delta x^* = \left\{ 1 - \frac{1}{(1+\delta)^2} \right\} \Delta x_i = (2\delta - 3\delta^2 \dots) \Delta x_i \quad (3.5)$$

$$\Delta y^* = \left\{ 1 - \frac{1}{(1+\delta)^2} \right\} \Delta y_i = (2\delta - 3\delta^2 \dots) \Delta y_i \quad (3.6)$$

となり、焦点における粒子の位置は一次近似ではエネルギーのズレに比例して変位をもつことになる。これが色収差の原理である。また、色収差によるビームサイズの膨らみが、衝突点のビームサイズに影響を与えない条件は式(3.3)、(3.4)と比較することにより、 $\delta$ を

$$\delta \ll \text{Min} \left\{ \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} \frac{\beta_x^*}{L^*}, \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}} \frac{\beta_y^*}{L^*} \right\} \quad (3.7)$$

より充分小さく抑えなければならなくなる。ILCでは衝突点でのベータ関数を非常に小さい値に設定されている為、 $L^*=2\text{m}$ とすると、エネルギーのズレの許容値は約0.01%といった非常に小さい値になってしまう。この値はILCのエネルギー拡がりの1/10以下に相当する値で、実際のビームの性質をこれほど良くすることは難しいためILCでは色収差の補正は絶対に必要になる。

色収差の補正には六極電磁石を使うのが一般的である。そこで、まず初めに、1個の六極電磁石で色収差を補正した場合の効果を考えてみよう。簡単の為、補正に使う六極電磁石はQFと全く同じ位置に置くことにする。また、六極電磁石を使って色収差補正をする為には、エネルギーの違いによって六極電磁石を通過する位置に差を出さないといけないので、六極電磁石を通過する位置に水平方向に有限のDispersion関数 $\eta_x$ を持たせることにする。このとき $\eta'_x=0$ とすれば、必然的に焦点でのDispersion関数はゼロにできる。六極電磁石における収束力は粒子の水平方向の位置に比例するので、六極電磁石を使うことにより生じる焦点での水平垂直双方の変位は、

$$\Delta x \cong -(2-\sqrt{2})K_s L^* (\Delta x_i + \eta_x \delta)^2 \quad (3.8)$$

$$\Delta y \cong (2+\sqrt{2})K_s L^* (\Delta x_i + \eta_x \delta) \Delta y_i \quad (3.9)$$

と書くことができる。そして、六極電磁石を導入する前に影響の大きかった垂直方向の色収差を補正する条件は、

$$K_s = -\frac{2}{2+\sqrt{2}} \frac{1}{\eta_x L^*} \quad (3.10)$$

であり、このとき、四極電磁石の色収差と、それを補正する為の六極電磁石の効果을合わせると、式(3.5)、(3.6)、(3.8)、(3.9)、(3.10)から、

$$\Delta x^* \cong \frac{2(6-\sqrt{2})}{2+\sqrt{2}} \delta \Delta x_i + \frac{2(2-\sqrt{2})}{2+\sqrt{2}} \left( \frac{\Delta x_i^2}{\eta_x} + \eta_x \delta^2 \right) \quad (3.11)$$

$$\Delta y^* \cong -\frac{2\Delta x_i \Delta y_i}{\eta_x} \quad (3.12)$$

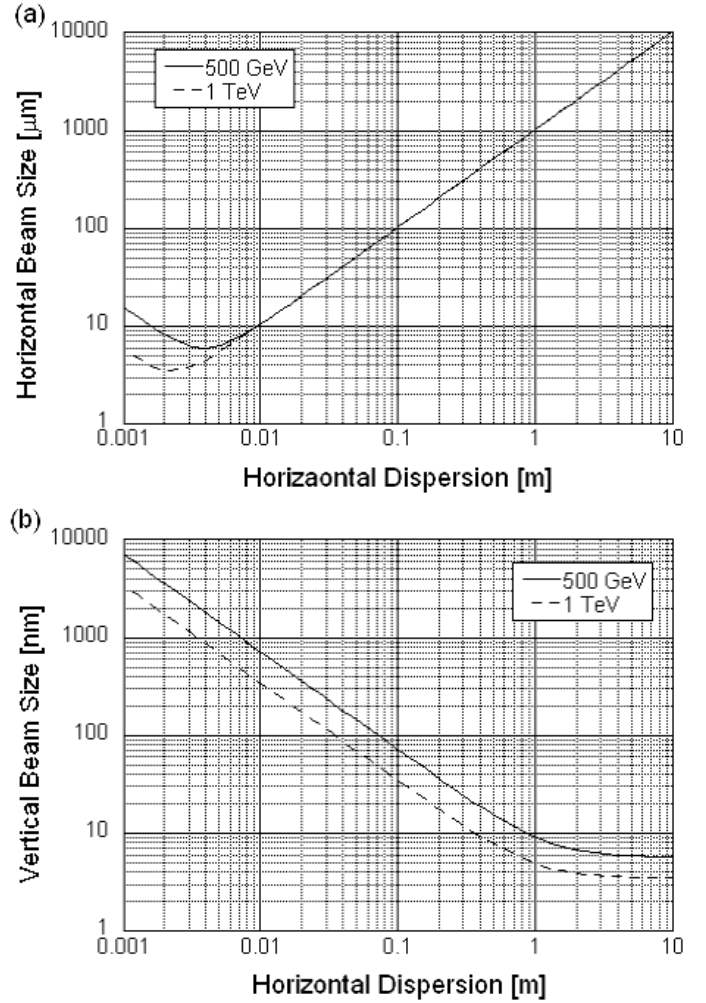


図 3.2: Geometrical Aberration の効果。(a) 水平方向のビームサイズ。(b) 垂直方向のビームサイズ。

となり、六極電磁石を使うことにより垂直方向の色収差を補正できる。また、六極電磁石を使うことでは補正しきれなかった水平方向の色収差であるが、これは六極電磁石を使わない場合の2倍以下とほぼ同程度に収まっている。しかし、今度は六極電磁石を使ったことにより、新たな収差が発生してしまった。まず、式(3.11)の第2項や、式(3.12)のような入射位置の2乗に比例した項で、この効果はGeometrical Aberrationと呼ばれている。更に、式(3.11)の第3項のようなエネルギー拡がりの2乗が影響する収差が発生することになる。

このような六極電磁石を使うことにより発生する収差の影響を図3.2に示した。Geometrical Aberrationや2次のエネルギー拡がりの影響はQFでのDispersion関数の大きさに依存するので、図3.2は $\eta_x$ の関数として焦点での水平垂直双方のビームサイズを示した。また、計算には0.3%のエネルギー拡がりを仮定した。Geometrical Aberrationが



垂直方向のビームサイズへ影響を与えなくなるのは、図 3.2 から  $\eta_x$  を数 m のオーダーとしたときである。しかし、Geometrical Aberration の影響は Dispersion 関数を大きく取れば小さくなるが、反対に Dispersion 関数を大きく取ると 2 次のエネルギー拡がりの影響が大きくなる。そのため、垂直方向のビームサイズを設定値に近い値まで小さくしようとする、水平方向のビームサイズは数 mm まで広がってしまう。

ILC のように非常に小さいサイズまでビームを絞り込む際には、六極電磁石などの非線形の電磁石を使わなければならない。しかし、非線形の電磁石を使うことによって、Geometrical Aberration や、2 次のエネルギー拡がりの影響といった新たな収差が無視できなくなるので、非線形の電磁石を使う場合は注意が必要になる。ILC の最終収束系では、このような収差の影響を小さくする為の幾つかのアイデアが考えられている。次節以降では、そのアイデアを紹介することにより、実際の ILC の最終収束系の説明をしていきたいと思う。

### 3.2 Global Chromaticity Correction

今までは Final Doublet での色収差のみに焦点を当てて説明してきたが、これからはビームライン全体の色収差の補正を考えていこうと思う。色収差により、エネルギーのずれた粒子は、理想的なエネルギーの粒子に対してベータトロン位相に差を生じる。理想的なエネルギーの粒子とエネルギーが  $\delta$  だけずれた粒子との間のベータトロン位相の差は、

$$\Delta\psi_{x,y} = 2\pi\xi_{x,y}\delta \quad (3.13)$$

と置くことができ、ここで用いた  $\xi_{x,y}$  は色収差の大きさを示すパラメータで Chromaticity と呼ばれるものである。Chromaticity は、

$$\xi_x = + \sum_i \frac{\beta_{x,i} K_i}{4\pi} \quad (3.14)$$

$$\xi_y = - \sum_i \frac{\beta_{y,i} K_i}{4\pi} \quad (3.15)$$

と定義され、この Chromaticity を使い、衝突点での色収差によるビームサイズの膨らみは大雑把に、

$$\sigma_{x,y} \approx \sigma_{x,y}^* \sqrt{1 + \xi_{x,y}^2 \sigma_\delta^2} \quad (3.16)$$

と近似できる。最終収束系では Final Doublet は収束力も強く、ベータ関数も大きい為、Final Doublet における色収差の影響は非常に大きい。しかし、その他の電磁石でも同様に Chromaticity を生成しており、全ての電磁石での Chromaticity を補正する必要がある。

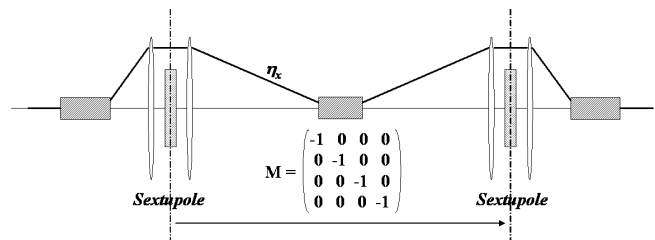


図 3.3: Global Chromaticity Correction の原理図。

前節で述べたように、六極電磁石を使うことにより、色収差の効果は補正できるが、その反面、六極電磁石を使うことにより Geometrical Aberration や 2 次のエネルギー拡がりの効果などの新たな収差を生み出すことになる。色収差や Geometrical Aberration などの高次のビームサイズを膨らます効果を総合的に補正する方法として '80 年代から '90 年代のリニアコライダーの設計では Global Chromaticity Correction と呼ばれる方法が使われていた。

この方法は、ビームライン上に Geometrical Aberration や 2 次のエネルギー拡がりの効果といった収差を生まず Chromaticity のみを生み出すような特別なセクションを作ることにより焦点での色収差を補正する手法である。基本的なアイデアは、セクション内に 2 つの六極電磁石を置き、その 2 つの六極電磁石間の Transfer Matrix を  $-I$  とし、2 つの六極電磁石の Dispersion 関数を同じ値にすることである。

それでは、この原理を考えていこう。まずは水平方向から考える。水平方向の粒子の位置は、1 個目の六極電磁石では  $\Delta x + \eta_x \delta$  なので、2 個目の六極電磁石の直前で粒子の位置は、

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_s(\Delta x + \eta_x \delta) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\Delta x \\ -\Delta x' + K_s(\Delta x + \eta_x \delta)\Delta x \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。同様に Dispersion 関数も 2 個目の六極電磁石の直前で、

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2\eta_x \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -K_s(\Delta x + \eta_x \delta) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_x \\ \eta_x' \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \eta_x \\ -\eta_x' + K_s(\Delta x + \eta_x \delta)\eta_x \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

となる。また、2 個目の六極電磁石での粒子の変位は  $-\Delta x + \eta_x \delta$  であるので、2 個目の電磁石を通過した後の粒子の変

位、および、Dispersion 関数は、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_s(-\Delta x + \eta_x \delta) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\Delta x \\ -\Delta x' + K_s(\Delta x + \eta_x \delta)\Delta x \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} -\Delta x \\ -\Delta x' + 2K_s\eta_x\delta\Delta x \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -K_s(-\Delta x + \eta_x \delta) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_x \\ -\eta'_x + K_s(\Delta x + \eta_x \delta)\eta_x \\ 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \eta_x \\ -\eta'_x + 2K_s\Delta x\eta_x \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

となり、この Chromaticity 補正システムを通過する前後での水平方向の粒子の運動は、

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4K_s\eta_x\delta & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$\begin{pmatrix} \eta_x \\ \eta'_x \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2\eta_x \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_x \\ \eta'_x \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

となり、エネルギーに比例した収束力が生まれることになる。同様に垂直方向の Transfer Matrix も

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_s(-\Delta x + \eta_x \delta) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_s(\Delta x + \eta_x \delta) & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2K_s\eta_x\delta & -1 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

と書き改められ、エネルギー差に比例した収束力が生まれることがわかる。つまり、このシステムは、システム内で六極電磁石を使うことにより新たに生じた Geometrical Aberration や 2 次のエネルギー拡がりの効果を相殺し、純粋に Chromaticity のみを作るシステムとなっている。

このとき 1 つの補正システムで生成できる Chromaticity は水平垂直方向それぞれ、

$$\xi_x = +\frac{\beta_x K_s \eta_x}{\pi}, \quad \xi_y = -\frac{\beta_y K_s \eta_x}{2\pi} \quad (3.24)$$

となる。よって、このような Chromaticity 補正システムをビームライン上に 2 組置くことによって、ビームライン全体の Chromaticity は、

$$\xi_x = \frac{\beta_{x,1} K_{s,1} \eta_{x,1}}{\pi} + \frac{\beta_{x,2} K_{s,2} \eta_{x,2}}{\pi} + \sum_i \frac{\beta_{x,i} K_i}{4\pi} \quad (3.25)$$

$$\xi_y = -\frac{\beta_{y,1} K_{s,1} \eta_{x,1}}{2\pi} - \frac{\beta_{y,2} K_{s,2} \eta_{x,2}}{2\pi} - \sum_i \frac{\beta_{y,i} K_i}{4\pi} \quad (3.26)$$

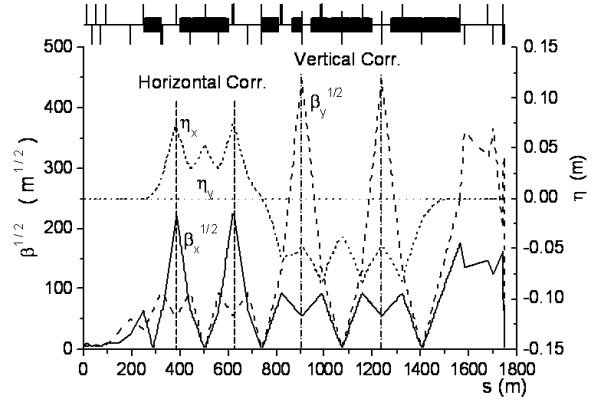


図 3.4: Global Chromaticity Correction を利用したリニアコライダーでの最終収束系のビーム光学系。この収束系の設計は  $L^* = 2.0\text{m}$  としたときのものである。

となり、 $\xi_{x,y} = 0$  となるように  $K_{s,1}$ 、 $K_{s,2}$  の強さを決めることにより、色収差を抑えることができる。このようにして色収差を補正する方法を Global Chromaticity Correction と呼んでいる。繰り返しになるが Global Chromaticity Correction に使われる Chromaticity 補正システムでは、六極電磁石を導入することにより発生する新たな収差を生み出さないで、Global Chromaticity Correction では、純粋に色収差だけを補正することが出来る。

図 3.4 に Global Chromaticity Correction を利用したリニアコライダーでの最終収束ビーム光学系を示す。この光学系では、水平方向と垂直方向の Chromaticity を独立に調整する為、2 つの Chromaticity 補正システムでの水平方向と垂直方向のベータ関数の比を有意に変えている。上流の Chromaticity 補正システムでは、水平方向のベータ関数を垂直方向のベータ関数に比べて有意に大きく取ることにより、水平方向の Chromaticity を垂直方向と独立に補正するシステムにしている。下流の色収差補正システムは、反対に垂直方向のベータ関数を水平方向のベータ関数に比べて有意に大きく取ることにより、垂直方向の Chromaticity を補正するようになっている。

### 3.3 Local Chromaticity Correction

前節では Global Chromaticity Correction という方法を用いたリニアコライダーの為の最終収束系を紹介した。そして、Global Chromaticity Correction を利用した最終収束系は、六極電磁石を導入したことにより発生する新たな収差が存在しないシステムであることを説明した。しかし、現在の ILC の最終収束系の設計では、P.Raimondi[4]

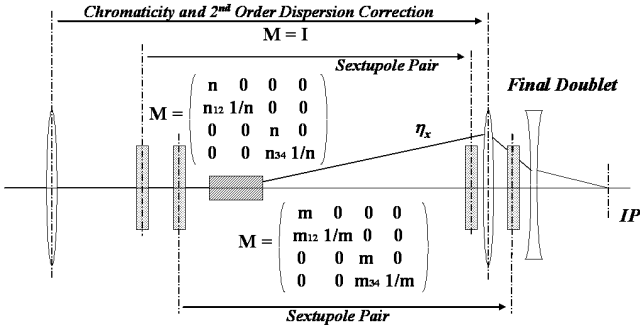


図 3.5: Local Chromaticity Correction の原理図。

らによって提案された Local Chromaticity Correction を基調とした新たな最終収束ビーム光学系が主流となっている [6]。当然、Local Chromaticity Correction が主流の技術として認識されるには、それ相応の理由があるが、それは次節に説明するものとして、本節では、まず Local Chromaticity Correction の原理を説明したいと思う。

前節でビームラインの全ての四極電磁石が色収差源であるとの説明をしたが、それでも、やはり Final Doublet が最終収束系での主要な色収差源であることは否定できない。Local Chromaticity Correction は、図 3.5 のように、大きな色収差を生み出す原因となる Final Doublet の付近に六極電磁石を置くことによって、その主要な色収差源である Final Doublet の収差を出来る限り局所的に抑える方法である。しかし、ただ六極電磁石を Final Doublet の側に置いたのでは 3.1 節に示したように色収差を抑えられる代わりに、大きな Geometrical Aberration や 2 次のエネルギー拡がりの効果といった新たな収差を生んで、結果的に衝突点でのビームサイズを小さくすることは出来ない。しかし、Geometrical Aberration の効果は、ここでも 2 つの六極電磁石を組にして使うことにより補正できる。2 つの六極電磁石を組にして使うと言うと、前節の Global Correction と同じように感じられるかも知れないが、補正の仕方は全く別の方法である。

それでは補正の方法を説明していこう。まず、上流の六極電磁石の位置での Dispersion 関数はゼロとして強さ  $K_{s1}$  の六極電磁石を置く。そして、下流の組となる六極電磁石は、色収差を補正したい電磁石のすぐ直前に置き、その強さを  $K_{s2}$  として、ここでは有限の Dispersion 関数をもたせることにする。そして、2 つの六極電磁石間の Transfer Matrix を

$$M = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & 1/m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m_{34} & 1/m \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

とすると、2 つの六極電磁石を含めた Transfer Matrix は、

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_{s2}(m\Delta x + \eta_x\delta) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{12} & 1/m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_{s1}\Delta x & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{12} - (m^2 K_{s2} + \frac{K_{s1}}{m})\Delta x - m\eta_x K_{s2}\delta & 1/m \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

$$M_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +K_{s2}(m\Delta x + \eta_x\delta) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{34} & 1/m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +K_{s1}\Delta x & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{34} + (m^2 K_{s2} + \frac{K_{s1}}{m})\Delta x + m\eta_x K_{s2}\delta & 1/m \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

と書くことができ、六極電磁石の強さを

$$K_{s1} = -m^3 K_{s2} \quad (3.30)$$

としたとき、行列要素  $M_{x,y}(2, 1)$  のうちの入射する粒子の変位  $\Delta x$  に依存する項、即ち Geometrical Aberration を生み出す項が補正できて、水平垂直双方の Transfer Matrix は

$$M_x = \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{12} - m\eta_x K_{s2}\delta & 1/m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\eta_x K_{s2}\delta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{12} & 1/m \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

$$M_y = \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{34} + m\eta_x K_{s2}\delta & 1/m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +\eta_x K_{s2}\delta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{34} & 1/m \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

と近似できる。よって、式 (3.30) の条件は、Local Chromaticity Correction において、六極電磁石が生成する Geometrical Aberration を打ち消すための条件となる。

このようにして、Geometrical Aberration の影響がない色収差補正の為の Knob が出来たので、次は本題の色収差の補正を考えていこう。まず水平方向の運動を考える。色収差を補正する為、色収差を補正したい四極電磁石の直前に置かれた六極電磁石の位置には有限の Dispersion 関数があるので、この Dispersion 関数の運動も考慮に入れると、2 つ目の六極電磁石を通過した後の水平方向の変位は、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\eta_x K_{s2}\delta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_{s2}(\Delta x + \eta_x\delta) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_x \\ \eta_x' \end{pmatrix} \delta \\ = \begin{pmatrix} \Delta x + \eta_x\delta \\ \Delta x' + \eta_x'\delta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -K_{s2}\eta_x(2\Delta x\delta + \eta_x\delta^2) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

となる。同様に、垂直方向に関しても、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +\eta_x K_{s2}\delta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ +K_{s2}\eta_x\Delta y\delta \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

と置きかえることができる。式 (3.33)、式 (3.34) を比べて貰えばわかるように、Global Correction の場合と同じよ

うに、Local Correction の手法でもシステム内での水平垂直双方での色収差の補正量は 2 倍違った値になる。

一方、補正したい四極電磁石での色収差の影響は、

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{1+\delta} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{1+\delta} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_x \\ \eta_x' \end{pmatrix} \delta \\ & \cong \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K & 1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} \Delta x + \eta_x \delta \\ \Delta x' + \eta_x' \delta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ +K(\Delta x \delta + \eta_x \delta^2) \end{pmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +\frac{K}{1+\delta} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +K & 1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -K \Delta y \delta \end{pmatrix} \right\} \quad (3.36)$$

となり、水平垂直双方の色収差の大きさは同じである。それゆえ Local Correction の場合も、1つの四極電磁石に対して1つの六極電磁石の組というような1対1対応させた形で、水平垂直同時に色収差補正はできない。また、式(3.33)、(3.35)を比較してもらうとわかるように、四極電磁石と六極電磁石を使った補正システムでは、水平方向の色収差に関する項と2次のエネルギー拡がりに関する項の比が違うので、たとえば、水平方向の色収差を完全に消す条件  $2K_{s2}\eta_x = K$  にしたときでも、2次のエネルギー拡がりの影響が残ってしまう。

しかし、水平方向の2次のエネルギー拡がりの影響と垂直方向の色収差は、1つのシステムで同時に消すことが出来る。このシステムでは消しきれない水平方向の色収差は、別個に色収差を生み出すことによって補正すればよい。具体的には、 $\eta_x = 0$  で Final Doublet から上流に水平方向の Transfer Matrix が I だけ離れたところに Final Doublet と同じ強さの四極電磁石を置けば良い。また、この四極電磁石で垂直方向の色収差を生み出さない為に垂直方向のベータ関数は小さく設定する。その結果、この四極電磁石が作る色収差の影響は、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{1+\delta} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K & 1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ +K \Delta x \delta \end{pmatrix} \right\} \quad (3.37)$$

となり、垂直方向の色収差は無視できる。ここで、式(3.35)、(3.37)を纏めて、式(3.33)と比較すると、

$$K_{s2} = \frac{K}{\eta_x} \quad (3.38)$$

のとき、水平方向の色収差、および、2次のエネルギー拡がりの効果は補正できる。また、式(3.38)のときは、式(3.34)、(3.36)を比べてもらえばわかるように垂直方向の色収差も水平方向と同時に補正することができる。この補正方法の大きな利点の一つは、垂直方向に関しては Final Doublet の位置で完全に局所的に色収差を補正することが

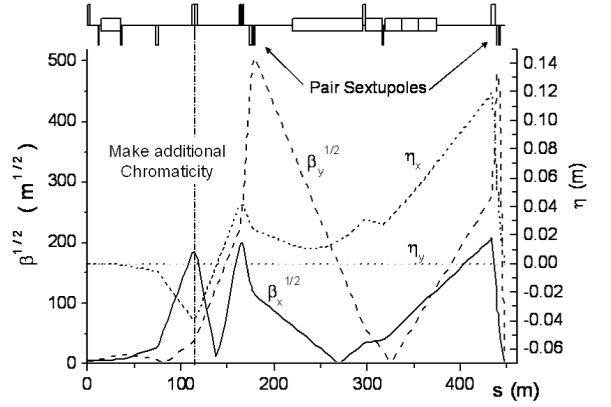


図 3.6: Local Chromaticity Correction を利用したりニアコライダーでの最終収束系のビーム光学系。この収束系の設計は  $L^* = 4.3\text{m}$  としたときのものである。

できることである。このような指針の下設計された最終収束ビーム光学系を図 3.6 に示す。図 3.6 では、今まで説明してきた Local Correction のビーム光学系とは多少異なるところもあるが、概ね今まで説明してきたビーム光学系であることがわかってもらえると思う。今まで説明してきたものと実際の光学系で若干の違いが出てしまうのは、理想的なモデルとは違い、実際の装置では電磁石は有限の長さを持つため、Final Doublet の四極電磁石と六極電磁石を全く同じ位置に置くことができないことによる影響が出ていることによる。

### 3.4 2つの補正方法の性能比較

2つの補正方法を比較する際に、図 3.4 と図 3.6 のビーム光学系をみてもらって、まず目に付くのはビームラインの長さであろう。Global Correction ではビームラインの長さが約 1.8km あったのに対して、Local Correction では約 450m と約 1/4 の長さに抑えられている。また、図 3.6 では  $L^* = 4.3\text{m}$  のときのビーム光学系を示したが、Global Correction のときと同じ  $L^* = 2.0\text{m}$  で設計したときは、ビームラインの長さは Global Correction の約 1/6 の 300m 程度にまで抑えてビーム光学系を設計することが出来る。これは、Global Correction の場合は、最終収束系以外にも、水平垂直双方の Chromaticity を補正する特別なセクションを独立に置かなければならないのに対して、Local Correction の場合は、最終収束系の中に色収差を補正する機構が組み込まれているからである。ビームラインの長さは、実際に加速器を建設する際のコンポーネントの数が減ったり、トンネル代などのコスト面だけでなく、全

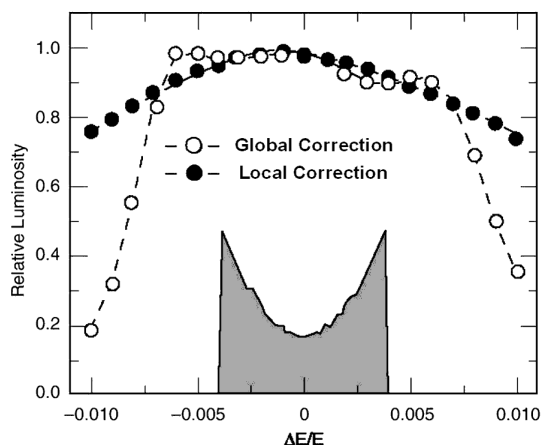


図 3.7: 2種類の補正方法に対する Relative Luminosity のエネルギーバンド幅の比較。

長が変わることによる候補地の選定基準などに大きなインパクトを与えるので、とても大切な要素の一つである。

そして、2つの補正方法に対して、更に大きな差が出るのは、更なる高次成分の効果である。Global Correctionは、六極電磁石を使ったことにより発生する Geometrical Aberration や2次のエネルギー拡がりの効果といった収差が発生しない補正システムであることを述べた。そして、本来補正したい四極電磁石の色収差に対しては、焦点での Chromaticity を相殺するという手法であった。これは言い方を変えると、Final Doublet に達するまでには、大きな Chromaticity が存在するが、Final Doublet に到達したときに、Final Doublet がつくる大きな Chromaticity を利用して、焦点で Chromaticity を整えていることである。この結果、エネルギーが比較的既定値に近い粒子は、Final Doublet を線形のビーム光学系で規定されたビームサイズに近い大きさで通過して焦点に達する。しかし、エネルギー差が大きい粒子は、焦点はエネルギーが理想的な粒子と同じ位置で結ぶが、線形のビーム光学系で規定されたビームサイズとは違った大きさで Final Doublet を通過することになる。その結果、エネルギーの違いによって、焦点でのビームサイズも違ってしまふ。一方、Local Correction では、Final Doublet がつくる大きな色収差は、その直前の六極電磁石で相殺するので、Final Doublet に達するまでのビームライン上では大きな Chromaticity は生じない。その結果、焦点でのエネルギーの違いによるビームサイズの違いは、それほど大きくない。実際にシミュレーションでエネルギーの違いによる影響を調べてみると、図 3.7 に示すように2つの補正方法では大きな差が出る。

また、図 3.7 のシミュレーションは、Global Correction に対しては  $L^* = 2.0\text{m}$  のビーム光学系を使って、Local

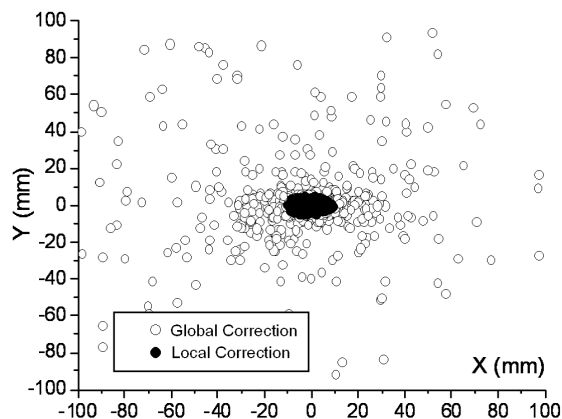


図 3.8: 2種類の補正方法に対するビームハローの比較。

Correction は  $L^* = 4.3\text{m}$  のビーム光学系を使っておこなったものである。Global Correction に対して  $L^* = 2.0\text{m}$  とした理由は Global Correction では  $L^*$  を大きくすると、それだけ Final Doublet でのビームサイズが大きくなるので色収差が大きくなり、それに伴う補正量も大きくなるからである。そのため Global Correction に対しても  $L^* = 4.3\text{m}$  のビーム光学系を使うと、必然的に更にバンド幅の制限が大きくなることは容易に想像して頂けると思う。測定器の設計の立場から  $L^*$  が大きく取れることは、測定器の設計の可能性の幅が広がることを意味するので、とても望ましいことである。このようにエネルギー幅の面からも Local Correction は Global Correction より優れていると考えられる。

更に同様に、その色収差の補正方法が大局的か局所的かの違いからくる差としてビームハローの差がある。ビームの中心付近では、どちらの補正方法でも同様に、小さいビームサイズまでビームを絞ることが出来るが、Global Correction ではビームラインを通しての Chromaticity が大きい為、エネルギーバンド幅は狭く、エネルギーが中心から離れた粒子は大きく拡がってしまう。このように、ビームラインの長さ、 $L^*$  の自由度、エネルギーのバンド幅、ビームハローの問題などを総合的に考えると、最終収束ビーム光学系の設計としては、Local Chromaticity Correction を使ったビーム光学系は大変優れた設計だと言える。

### 3.5 ILC の最終収束ビーム光学系

前節で示したように Local Chromaticity Correction は、Global Chromaticity Correction に比べて優れている点が多い。そこで、現在の ILC の最終収束ビーム光学系の設計は Local Chromaticity Correction に近いビーム光学系が

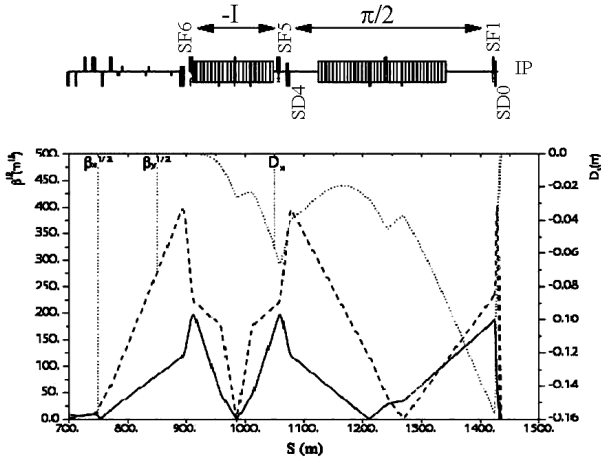


図 3.9: 現在の ILC の最終収束系のビーム光学系。この収束系の設計は  $L^* = 4.3\text{m}$  としたときのものである。

採用されている。しかし、完全に Local Correction のビーム光学系になっているわけではない。図 3.9 を見てもらうとわかるように、ILC の最終収束系は SD0、SF1、SD4、SF5、SF6 という 5 個の六極電磁石を使っている。そして、それらの六極電磁石間で、

$$K_{SD0} = +K_{s1} \quad (3.39)$$

$$K_{SD4} = -m^3 K_{s1}, \quad m = \sqrt{\frac{\beta_{SD0}}{\beta_{SD4}}} \quad (3.40)$$

$$K_{SF1} = +K_{s2} \quad (3.41)$$

$$K_{SF5} = -n^3 K_{s2} + K_{s3}, \quad n = \sqrt{\frac{\beta_{SF1}}{\beta_{SF5}}} \quad (3.42)$$

$$K_{SF6} = +K_{s3} \quad (3.43)$$

といった関係を持たせることにより Geometrical Aberration の効果を消している。このことは、今まで説明した Global Correction と Local Correction の手法の応用で簡単に理解できると思う。更に、 $K_{s1}$ 、 $K_{s2}$ 、 $K_{s3}$  のパラメータを調整することによって、今までの議論で衝突点でのビームサイズを小さくする際に問題になっていた水平方向の色収差、2 次のエネルギー拡がりの効果、垂直方向の色収差という 3 つの主要要素を打ち消すことができる。

このように設計された ILC の最終収束系のエネルギーのバンド幅を図 3.10 に示す。ILC の最終収束系は最終収束系全体で収差を補正しているの、完全には Local Correction と言うことは出来ない。しかし、図 3.10 を、図 3.7 の Local Correction の方式で設計された最終収束系のエネルギーのバンド幅と比較すると、ほぼ同程度のバンド幅が得られていることがわかる。その理由は、ILC の最終収束系でも Final Doublet によって作られる色収差を Final Doublet

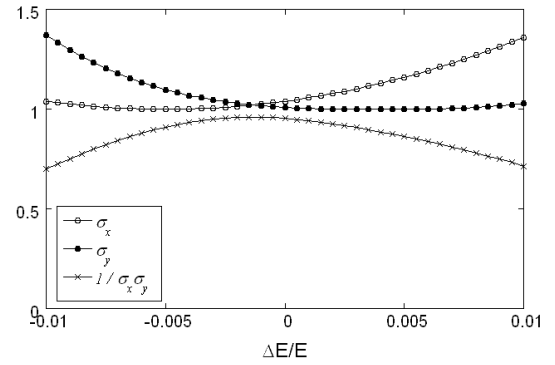


図 3.10: ILC の最終収束系のビームエネルギーのズレに対するバンド幅。

の近くに置かれた六極電磁石 SD0、SF1 が効果的に補正するように設計されているからである。そのため ILC の最終収束系は Local Correction に非常に近いビーム光学系であると容易に想像できると思う。よって、その結果 ILC の最終収束系は Local Correction の場合と大差ない最終収束系としての性能を有している。

ILC の最終収束系が、完全な Local Correction の形を採っている理由の一つは、ビームの衝突点の位置を移出した疑似の衝突点を作ることが出来ることである。この疑似の衝突点は、ビームの衝突点での Feedback に大変有用なものである。また、Local Correction では、水平方向の色収差を調整する為に、四極電磁石の色収差を利用していた。しかし、四極電磁石の強さを変えると線形光学系も弄ることになるので、ビーム調整の際には四極電磁石の強さは自由に変えられない。それに対して、ILC の最終収束系では、収差の補正は全て六極電磁石の強さを変えることでおこなえる。これは、ビーム調整の際の大きな利点になる。このように、現在の最終収束系は、単に最終収束系自身の性能だけに留まらず、ビーム調整などの付加的な要求も考慮に入れた上での最適化を考え設計が進められている。

### 3.6 最終収束系でのビームサイズ調整

このように設計された ILC の最終収束ビーム光学系での衝突点でのビームサイズ調整に関して考える。ビームサイズ調整に関しても重要なのは、六極電磁石の使い方である。その理由は、ビームが六極電磁石の水平方向にずれた位置を通過すると、水平垂直方向双方のビームウエストの位置  $\Delta s_{x,y}^*$  と、水平方向の Dispersion 関数  $\eta_x^*$  に変化が起こる。また、ビームが六極電磁石の水平方向にずれた位置を通過するときには、垂直方向の Dispersion 関数

$\eta_y^*$  と  $\langle yx' \rangle^*$  に変化が起こる。逆に言えば、適切に六極電磁石の位置を動かすことによって  $\Delta s_{x,y}^*$ 、 $\eta_{x,y}^*$  および、 $\langle yx' \rangle^*$  といった線形のパラメータの調整が出来る。ただし、これらの六極電磁石を個別に動かしていたのでは、いろいろな効果が混ざり合ってしまうので、幾つかの六極電磁石を組み合わせ、それぞれ1個ずつのパラメータのみを変化させる knob を作ると便利である。図 3.9 に示すように、現在の ILC の最終収束系では5個の六極電磁石を使っている。これらを適切に組み合わせることによって対角化された線形要素のビーム調整 knob を表 3.1 に纏めた。完全な Local Correction に拘らず、六極電磁石間の対称性を重視した最終収束系を選択した為、それぞれの knob もキチンとした対称性を持った扱いやすい関係になっていることがわかる。

表 3.1: ILC の最終収束系の線形要素調整のための knob。全ての調整は六極電磁石の位置を変化させることによりおこなわれる。

効果	調整	SD0	SF1	SD4	SF5	SF6
$\Delta s_x^*$	$\Delta x$	1	0.615	0	0	-6.125
$\Delta s_y^*$	$\Delta x$	1	0.615	0	0	0
$\eta_x^*$	$\Delta x$	0	0	0	1	0.261
$\eta_y^*$	$\Delta y$	0	0	0	1	0.261
$\langle yx' \rangle^*$	$\Delta y$	1	0	2.649	0	0

次に高次の効果についてだが、高次の効果に関しては非線形効果がある為、完全に対角化することは出来ない。しかし、線形要素のときと同じように、幾つかの電磁石を適切に組み合わせることによって、ある非線形要素に関しては影響が大きい、その他の要素に対する影響は少ないといった knob を作ることは可能である。そこで、どのような電磁石を動かすと、高次の効果への影響が起こるかを纏めたものが表 3.2 である。ILC の設計では、表 3.2 に纏めた12個の非線形要素に対する調整 knob を用意している。

表 3.2: ILC の最終収束系の高次の効果補正のための knob。

磁石種類	調整	効果
六極電磁石	強さ	$T_{122}, T_{162}, T_{166}, T_{342}, T_{364}$
六極電磁石	傾き	$T_{322}, T_{344}, T_{362}, T_{366}$
八極電磁石	強さ	$U_{3422}$
十極電磁石	強さ	$V_{34222}, V_{36422}$

このような衝突点でのビームサイズ調整の為の knob を使っておこなわれる調整のシミュレーション結果を図 3.11 に示す。また、シミュレーションでは表 3.3 に示したような

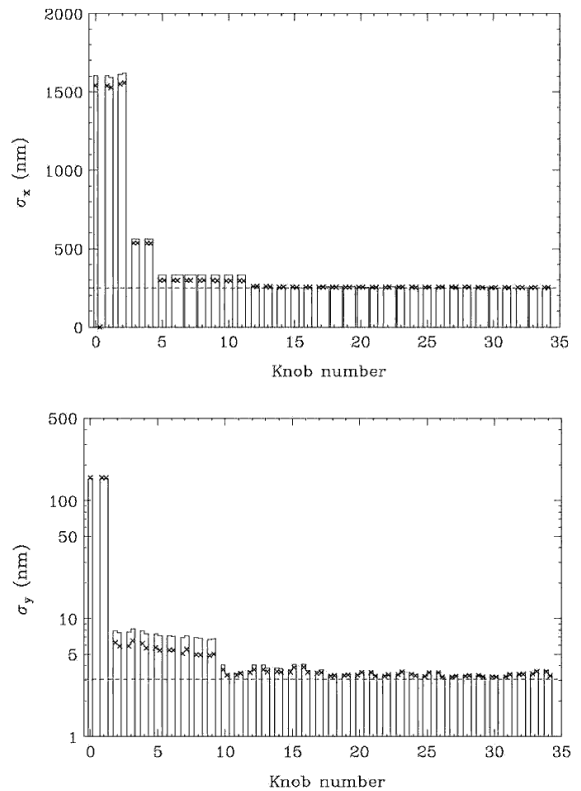


図 3.11: 表 3.3 の誤差を仮定したときのビームサイズ調整のシミュレーションの結果。このシミュレーションではビームのエネルギーは 250GeV とした。

電磁石の誤差を仮定した。ビーム調整の方法は、衝突点でのビームサイズが最小になるように1つ1つの knob を順に変化させていく方法を採用した。knob は、最初に線形 knob を  $\langle yx' \rangle^*$ 、 $\Delta s_{y,x}^*$ 、 $\eta_{y,x}^*$  の順に、そして、非線形 knob の垂直方向ビームサイズに関わる  $T_{322}, T_{362}, T_{366}, T_{342}, T_{364}, T_{344}$  を順に変え、水平方向の  $T_{122}, T_{162}, T_{166}$  を変えた後に、更に高次の  $U_{3422}, V_{34222}, V_{36422}$  を変えるという順番で繰り返した。また、図 3.11 の横軸は使用した knob の数であり、縦軸はビームサイズのシミュレーション結果を示す。今回仮定した電磁石の誤差では、最終的な水平方向のビームサ

表 3.3: 図 3.11 のシミュレーションに仮定した電磁石の誤差。Final Doublet は誤差の許容値が厳しい為、他の四極電磁石に比べて誤差を小さく設定した。

要素	QF1, QD0	四極	六極	八極	十極
$\Delta K/K$ [%]	0.05	0.25	1.0	2.5	5.0
$\theta$ [mrad]	0.05	0.1	0.3	1.0	1.0
$\Delta x$ [ $\mu\text{m}$ ]	15	15	15	15	15
$\Delta y$ [ $\mu\text{m}$ ]	5	5	5	5	5

イズ増大は約 0.3%で、垂直方向のビームサイズ増大は約 7%となる。また、ビームサイズは 1 回目の 17 個の knob を使った繰り返しが終わった段階で、ほぼ規定のビームサイズまで落ち着くことが分かる。

## 4 最終収束系周辺のビーム光学系

これまでは、ILC の最終収束系本体に焦点をあて、衝突点ではどの程度までビームを小さく絞るべきか、どのようにしてビームを衝突点で小さく絞るかに焦点を絞って話を進めてきた。しかし、最終収束系の目的は物理実験において良いイベント発生源となることである。当然ビームサイズを小さく絞れば、それだけ多くのイベントを生成できるので、イベント発生源という意味でも非常に重要な意味を持つ。しかし、ビームサイズをただ小さく絞れば良いのかと言えば、それだけでは不十分である。最終収束系の周辺に目を向けると、さまざまな物理の測定器側からの要求を満たす為の工夫を凝らさねばならない。本章では、最終収束系本体ではなく、その周辺に目を向けた ILC の最終収束系の要求に焦点をあて説明していきたいと思う。

### 4.1 ビームコリメータ

大きなテールやハローをもったビームが Final Doublet に入射するとき、ビームのテールやハロー自体が測定器へぶつかり大きなバックグラウンド源となる。更に、ビームが Final Doublet を通過するとき、個々の粒子が感じる磁場はビームの中心から離れる程強くなるので、ビームのテールやハローは、Final Doublet で大量の Synchrotron 放射光を発生する。このガンマ線もまた測定器への大きなバックグラウンド源になる。そのため、ビームテールやハローは最終収束系に入る前に除去する必要がある。そこで ILC では最終収束系に入る前にコリメータを置き、ビームのテールやハロー粒子を取り除いて比較的きれいなビームにしてから最終収束系に送るように設計されている。

図 4.1 には、コリメータを含めた最終収束系のビーム光学系を示した。ILC では、ベータトロン振動に対しては 2 箇所の、そして、エネルギーに対しては 1 箇所のコリメータを設置するように設計されている。しかし、このコリメータはビームの中心から大きく離れた粒子を取り除くだけで、コリメータで切り落とせないテールは、依然として最終収束系を通過する。そして、通過してきたテールの粒子は Final Doublet でガンマ線を発生し、測定器へのバックグラウンド源となる。そこで、このようなコリメータで切り落とせないテールを出来るだけ Final Doublet の中心

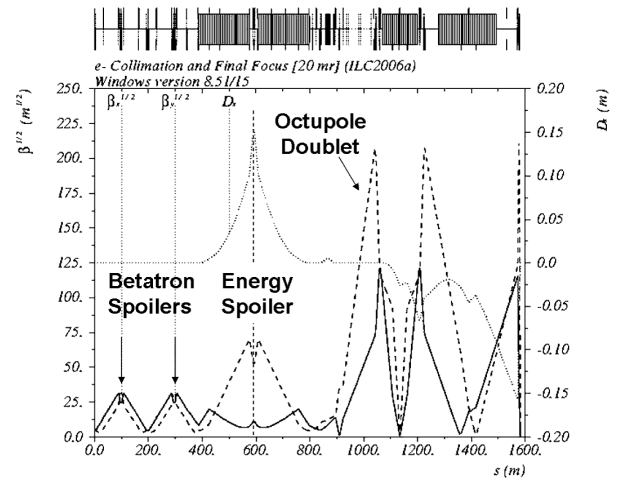


図 4.1: コリメータを含めた ILC の最終収束系のビーム光学系。

付近に集めることは、測定器のバックグラウンドの観点からは非常に重要なことである。

そこで、ILC ではコリメータで切り落とせないテールを Final Doublet の中心付近に集めるために八極電磁石を使用する。しかし、八極電磁石の使い方には注意が必要で、ビームの芯に影響を与えず、ビームのテール粒子のみに収束力を与えるような使い方が必要である。そこで、テールを集める為の八極電磁石の置き方を考えていこう。平行ビームが八極電磁石を通過するとき、水平垂直方向それぞれの偏向角は、

$$\theta_x = -K_o(x^2 - y^2)x \quad (4.1)$$

$$\theta_y = +K_o(x^2 - y^2)y \quad (4.2)$$

となり、八極電磁石を通過する水平垂直平面双方のビームの変位や、その相関に大きく依存した偏向角が発生する。このような八極電磁石を使いうことにより効率的にテールを集める為には、八極電磁石でのテール粒子の分布の大きさを考えるだけではなく、テール粒子に水平垂直方向の相関を持たせなければならない。テール粒子をそのような都合の良い分布に制御することは限りなく不可能に近い。更に、仮に制御できたとしても、水平垂直方向の偏向角の符号は反対符号なので、一つの八極電磁石で水平垂直双方のテールを集めるためには、八極電磁石から Final Doublet までの水平垂直方向のベータトロン位相進度を  $180^\circ$  変えないといけない。つまり簡単に要約すると、1 個の八極電磁石で水平垂直双方のテールを集めることは非常に難しい。

そこで、2 つの八極電磁石の距離を  $L$  だけ離して、極性が逆符号で強さが同じ八極電磁石対を考える。平行ビームが、この八極電磁石対を通過したとき、水平方向の粒子の



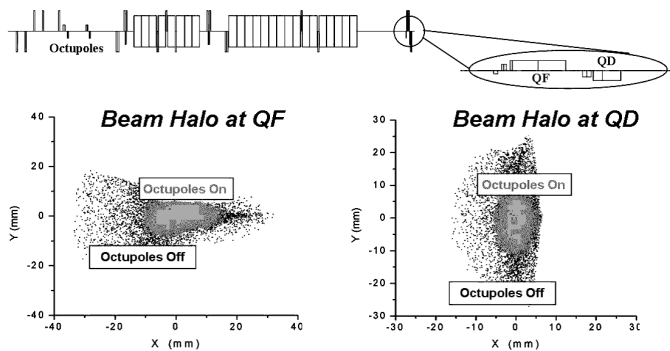


図 4.2: 八極電磁石対を使ったビームテールのシミュレーション結果。八極電磁石対を使うことによってテール粒子を Final Doublet の中心付近に集めることができる。

角度は、

$$\begin{aligned} \theta_x &= -K_o(x^2 - y^2)x \\ &\quad + K_o[\{x - K_o L(x^2 - y^2)x\}^2 - \{y + K_o L(x^2 - y^2)y\}^2] \\ &\quad \times \{x - K_o L(x^2 - y^2)x\} \\ &= -3K_o^2 L(x^2 + y^2)^2 x \end{aligned} \quad (4.3)$$

となる。同様に垂直方向も

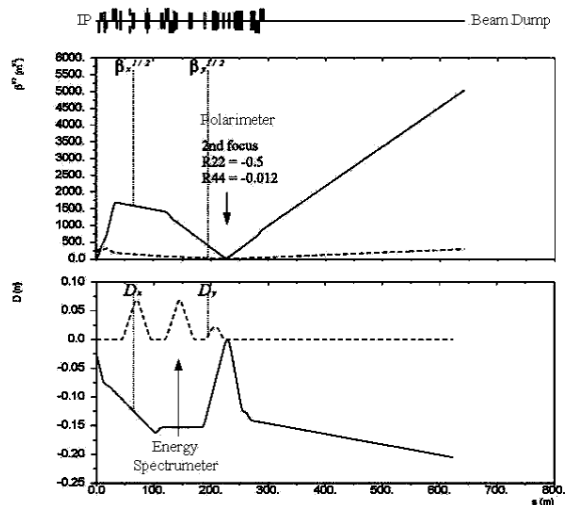
$$\theta_y = -3K_o^2 L(x^2 + y^2)^2 y \quad (4.4)$$

となり、水平垂直方向共に八極電磁石の中心からの距離の四乗に比例した偏向角度が生じる。このような八極電磁石対を Final Doublet から、ベータatron位相が  $(2n+1/2)\pi$  離れたところに置くことによって、または、符号の逆の八極電磁石対を  $(2n-1/2)\pi$  離れたところに置くことによって、Final Doublet でのテールを中心付近に集めることができる。

## 4.2 衝突後のビームの取り出し

この節では取り出しラインでの低エネルギー粒子の運動を考える。図 4.3 には、現在考えている交差角が 2mrad と 20mrad 双方の ILC の取り出しラインのビーム光学系を示した。そして、図 4.4 には、交差角が 2mrad と 20mrad 双方の測定器の出口付近のバックグラウンド粒子と電磁石の位置関係の相関を示した。ILC のビームの取り出しラインの役割は、衝突後のビームのエネルギーを測定すること、ビームの偏極率を測定すること、そして、ビームを大きく広げてビームダンプへ運ぶという3つの役割がある。そのため、取り出しラインにはエネルギーを正確に測定する為のエネルギー分析器と、ビームの偏極を測定する為の

(a) 2mrad Crossing Angle



(b) 20mrad Crossing Angle

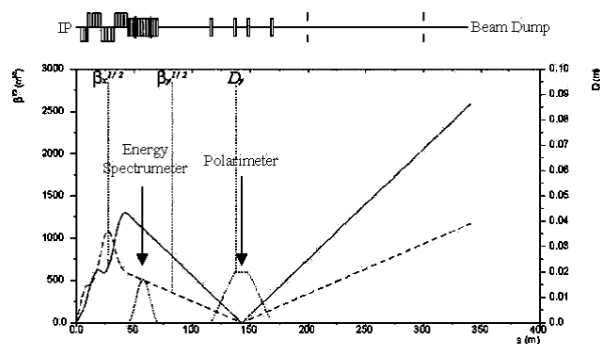


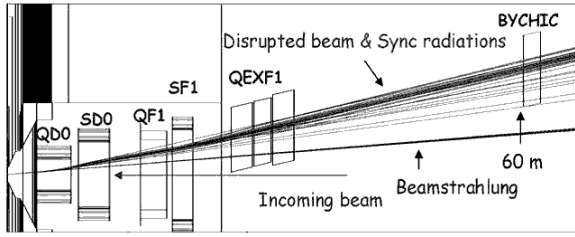
図 4.3: ビームの取り出しラインのビーム光学系。(a) 交差角が 2mrad の場合。(b) 交差角が 20mrad の場合。

偏極率測定器を置く空間が用意されている。そのような目的で作られている取り出しラインであるが、図 4.3 を見てもらうとわかるように、交差角が 2mrad の場合と 20mrad の場合ではビームラインの長さも含め大きく違ったものとなっている。

その一番の原因は、20mrad の交差角の場合は、その大きな交差角の為、入射系の Final Doublet の中を通さずにビームを取り出すことができるのに対して、2mrad の場合は、衝突点を通過した後のビームは、幾何学的に入射系の Final Doublet の中心から水平方向にズレた位置を通して取り出さなければならない。そのため 2mrad の交差角の場合、取り出されたビームは水平方向に Dispersion 関数を持ってしまう。

衝突後のビームは Beamstrahlung による光子の放出、Radiative Bhabha、Final Doublet での Synchrotron 放射などにより、エネルギー拡がり大きく広がり、衝突前

(a) 2mrad Crossing Angle



(b) 20mrad Crossing Angle

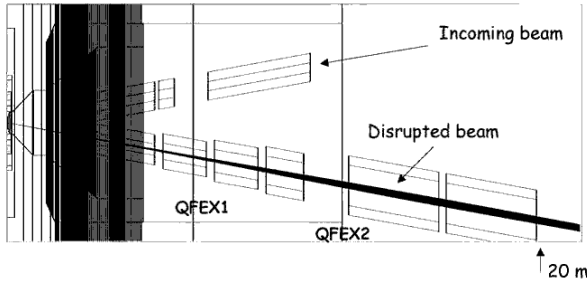


図 4.4: ビームの取り出しラインの様子。(a) 交差角が 2mrad の場合。(b) 交差角が 20mrad の場合。

の質の良いビームからは一変して、非常に質の悪いビームになってしまう。そのため 2mrad の交差角の場合は、入射系の Final Doublet の脇を通過する際に、水平方向に Dispersion 関数や、Final Doublet の色収差の影響を大きく受けて、大きく広がったビームになってしまう。その結果、2mrad の取り出しラインでは、このビームサイズが大きく広がったビームを損失無くダンプに導く為に、取り出しラインは非常に大口径の四極電磁石を使わなければならない。それゆえ、現在の取り出しラインを基にした試算では 2mrad の場合の電磁石および電磁石電源の製作コストは 20mrad の 5-6 倍にまで跳ね上がってしまっている。更に、重心系エネルギーが 1TeV の運転の際の電磁石の消費電力は 20mrad の交差角に対しては電子陽電子 2 本のビームラインの合計が約 8MW であるのに対し、2mrad の交差角のものは約 62MW と試算されている [15]。

また ILC のビーム衝突では Beamstrahlung により大量の光子が放出される。2mrad の交差角の場合、ビーム中の荷電粒子は Final Doublet の脇を通過する際に発生する水平方向の偏向力で軌道を変えられる。それに対して、Beamstrahlung 光子は図 4.4(a) のように Final Doublet の脇を通過する際にも軌道は曲げられず、衝突点から鉛直線に進む為、今の取り出しラインの設計では四極電磁石にあたってしまふ。そこで、この問題を避ける為には、取り出しラインの四極電磁石は大きいだけでなく、Beamstrahlung 光子を避けられるような特殊な形状のも

のなければならない。

このように、交差角の選び方によって、取り出しラインは全く違うものとなり、取り出しラインを考える上では、2mrad の小さな交差角の取り出しラインに比べて、20mrad の大きな交差角の方が作りやすいものである。しかし、衝突後のバックグラウンドの問題は、2mrad の交差角の設定に対して、20mrad の方が楽であるかと言えば、必ずしもそうではない。20mrad の場合のバックグラウンドを含めた問題点については、次節以降に改めて説明したいと思う。

### 4.3 測定器のソレノイド磁場の影響と干渉

ILC の測定器には磁場の強いソレノイド電磁石が付いており、実際の最終収束ビーム光学系を考える際には、このソレノイド磁場との干渉を考えなければならない。特に有限の交差角  $\theta_c$  がある場合は、ビームは水平方向にオフセットと角度を持ってソレノイド磁場中に入射するが、その水平方向の運動はソレノイド磁場により垂直方向にも回り込むことになる。ここで、 $K_s L = BL/2B_0\rho \ll 1$  の理想的なソレノイド磁場中の粒子の運動は、

$$M_s(s) = \begin{pmatrix} 1 - K_s^2 s^2/2 & s - K_s^2 s^3/4 & K_s s & K_s s^2 \\ -K_s^2 s & 1 - K_s^2 s^2/2 & 0 & K_s s \\ -K_s s & -K_s s^2 & 1 - K_s^2 s^2/2 & s - K_s^2 s^3/4 \\ 0 & -K_s s & -K_s^2 s & 1 - K_s^2 s^2/2 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

と書き表すことができるので [17]、ソレノイド電磁石を通過する際のビームの変位は、

$$\begin{pmatrix} x(s) \\ x'(s) \\ y(s) \\ y'(s) \end{pmatrix} = \left\{ M_s\left(\frac{L}{2} + s\right) - M_D\left(\frac{L}{2} + s\right) \right\} \begin{pmatrix} -L\theta_c/4 \\ \theta_c/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

となる。ここで  $M_D(s)$  はドリフト空間をビームが進行方向に  $s$  だけ進んだときの Transfer Matrix である。よって  $s=0$  において、ソレノイド磁場による垂直方向の変位と角度は、

$$y(0) = 0 \quad (4.7)$$

$$y'(0) = -\frac{K_s L \theta_c}{4} = -\frac{0.3B[\text{T}] L[\text{m}]}{8E[\text{GeV}]} \theta_c \quad (4.8)$$

となり、衝突点では垂直方向に変位は生じない。また、理想的なソレノイドの場合はソレノイド磁場による垂直方向のビームサイズへの影響も、

$$\sigma_y^2(0) \cong \sigma_y^{*2} + M_{31}^2 \sigma_{x_i}^2 + 2M_{31} M_{32} \langle x_i x'_i \rangle + M_{32}^2 \sigma_{x'_i}^2$$

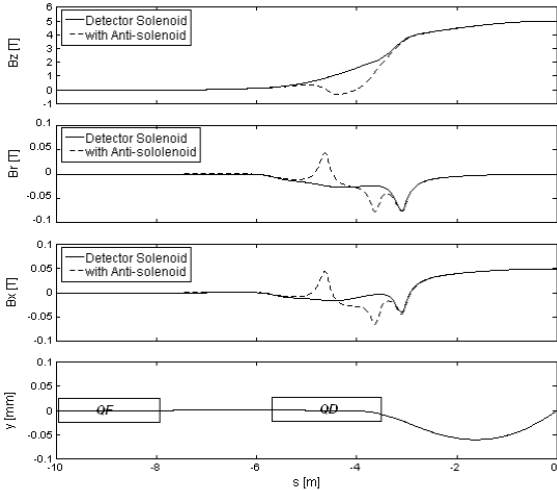


図 4.5: 測定器のソレノイド磁場の Final Doublet との干渉を補償するために測定器のソレノイドと逆向きにソレノイドを入れたときの様子。ここでは SiD タイプ [14] の測定器を仮定した。

$$\begin{aligned} &\cong \sigma_y^{*2} + \frac{K_s^2 L^2}{4} \frac{L^2 \sigma_x^{*2}}{4\beta_x^{*2}} + \frac{K_s^2 L^3}{4} \times \left( -\frac{L\sigma_x^{*2}}{2\beta_x^{*2}} \right) + \frac{K_s^2 L^4}{16} \frac{\sigma_x^{*2}}{\beta_x^{*2}} \\ &= \sigma_y^{*2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

となり無視できる。

しかし、測定器の設計によって、その端部での磁場が浸みだし Final Doublet の磁場との干渉が起こる場合は、この干渉の効果が、衝突点での垂直方向の位置の変位やビームサイズ増大を引き起こすので注意が必要である。そこで実際の測定器近傍には、測定器に使われているソレノイド磁場と逆向きの短いソレノイド電磁石をビームライン上に置き、Final Doublet との干渉の効果を補正することが不可欠になる。しかし、ソレノイド電磁石の効果は、単に水平垂直方向の相関を引き起こすだけではない。ソレノイド磁石を置くことは、式 (4.5) に示したように、ソレノイド磁石の中心位置に水平垂直方向にそれぞれ  $K_s^2 \ell$  の収束力を生むことになる。その結果、付加的にソレノイド磁石を置くことは、そのことによりビームの焦点の位置や発散角をズラすことになる。そのため、ビームサイズ補償用のソレノイド磁石は、単純に Final Doublet の位置のソレノイド磁場を打ち消すように置けば良い訳ではなく、測定器のデザイン毎の綿密なシミュレーションによって、長さ、強さ、置く位置の最適化をする必要がある。

ここでは、SiD と呼ばれるタイプの測定器に対する補正用のソレノイド電磁石のシミュレーションの結果を基に、その効果を紹介していこう [17]。最適化されたビームサイズ補償用のソレノイドの様子を図 4.5 に示す。シミュレーションの結論として、ビームサイズ補償用のソレノイド電

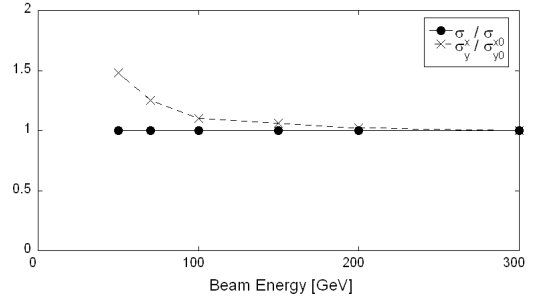


図 4.6: 逆向きソレノイドを入れたときの線形 knob を使ってビーム調整をした後の衝突点でのエミッタンス増大のシミュレーション結果。

磁石には、測定器に使われるソレノイド電磁石磁場の約 10-15% の強さのソレノイド電磁石を使うことにより、測定器のソレノイド電磁石と Final Doublet との間の干渉の効果の約 99% が補償できることがわかった。

しかし、ビームサイズ補償用のソレノイド電磁石で完全にビームサイズを補償できる訳ではなく、その残り 1% 程度の補償しきれなかった効果がビームサイズ増大を引き起こしてしまう。この残留分は 3.6 節で示した通常の ILC での衝突点でのビームサイズの調整方法の流れの中で大部分は消すことが出来る。SiD タイプの測定器に対して、3.6 節で示した線形要素の knob だけを使ってビームサイズ調整したときのシミュレーション結果を図 4.6 に示す。SiD タイプの測定器では、ビームサイズ補償用のソレノイド電磁石での補償の残留分は、通常の ILC のビームサイズ調整にもちいられるビームサイズ調整用の線形 knob だけで、50GeV のビームに対しては  $\sigma_y/\sigma_{y0} = 1.48$  まで、そして、200GeV 以上のビームに関しては、その効果が無視できる程度まで調整できる。また、残りのビームサイズへの影響の大部分は  $T_{322}$  であるので、六極電磁石を回転させることで調整することができる。このようなビームサイズ調整は、ビームサイズ補償用のソレノイド電磁石を入れたことに起因しておこなわなければならないものではなく、一般のビームサイズ調整の流れの中で同時におこなわれるものである。そのため、測定器のソレノイド磁場と Final Doublet との間の干渉を補償する為に、ビームサイズ補償用のソレノイド電磁石を導入することによるビーム調整での困難は生じない。

#### 4.4 DID と anti-DID

前節では、ビームが有限の交差角をもって測定器のソレノイド磁場へ入射しても、衝突点では垂直方向の変位を変

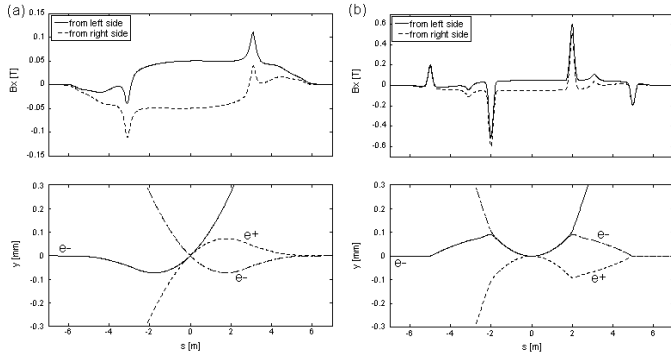


図 4.7: 測定器のソレノイド磁場の影響の計算結果。補正の水平方向の磁場分布と垂直方向の変位。ここでは SiD タイプ [14] の測定器を仮定した。

えないことを説明した。しかし、式 (4.8) で表したように、交差角の影響は垂直方向に有限の交差角を生むことによって表れる。衝突点周辺の水平方向の磁場と、それによる垂直方向のビームの変位の様子を図 4.7(a) に示した。ただし、図 4.7(a) を見てもらえばわかるように、ソレノイド磁場の影響で生じる衝突点での垂直方向の角度は、電子ビーム、陽電子ビーム双方が絶対値が同じで符号が反対の角度をもつ。したがって Luminosity への直接の影響はない。

しかしながら、この有限の交差角は幾つかの実験においては影響を与えることがある。その大きな影響の一つは、電子ビームのスピンの影響である。そして、特に注意しなければならないのは、電子ビームの偏極率測定である。電子ビームの偏極率測定は、衝突点で直接おこなえないので、この効果は、衝突点でのスピンの偏極率と測定器の前後で測定されるスピンの偏極率に違いを生じさせ、スピンの測定値に系統的な誤差を生じさせる。ここでは、まず実際の影響を定量的にあたってみよう。高エネルギー粒子の場合、ビームの偏向角度  $\psi_b$  とスピンの偏向角度  $\psi_s$  との間には、

$$\psi_s = \gamma \frac{g-2}{2} \psi_b \cong \frac{E[\text{GeV}]}{0.440652} \psi_b \quad (4.10)$$

という関係があり、わずかな偏向角度でもスピンの角度は大きく回転してしまう。例えば、SiD 測定器は最大磁場が 5T、測定器長が 6m なので、交差角 20mrad では、式 (4.8) から 250GeV のビームに対する衝突点での垂直方向の偏向角は約  $90\mu\text{rad}$  となる。この結果、偏極率測定器と衝突点の間には約 51mrad のスピンの角度の違いが生じてしまう。この値は、僅かな値のように感じるが、高エネルギー物理学者の中には、この角度を問題視する人達も存在する。

そこで、衝突点で垂直方向に交差角を持たせない為に、DID (Detector Integrated Dipole) というアイデアが考え

られている [16]。実際の測定器のソレノイドでは、図 4.5 に示されるような磁場がかかっている、衝突点での垂直方向の偏向角度は、水平方向の磁場の積分値に比例するので、スピンの方向のズレを無くす為の条件は、

$$\int_{-\infty}^0 ds (B_{x,\text{Sol.}}(s) + B_{x,\text{DID}}(s)) = 0 \quad (4.11)$$

とあらわすことができる。ここで、 $B_{x,\text{Sol.}}$  は測定器のソレノイドの水平方向磁場で、 $B_{x,\text{DID}}$  は補正に使う水平方向磁場をあらわしている。ただし、闇雲に水平方向の偏向電磁石を入れると、衝突点での角度は補正できるが、今度は衝突点の位置をずらしてしまうことになる。そこで、衝突点の位置もずらさない為には、

$$\int_{-\infty}^0 ds s^2 B_{x,\text{DID}}(s) = 0 \quad (4.12)$$

の条件も同時に満たす必要がある。図 4.7(b) には DID の実際の測定器への応用の例として、SiD と呼ばれるタイプの測定器 [14] に対して 2 つの偏向電磁石を加えることによって衝突点での垂直方向の変位と角度がゼロになるように計算したものである。また図 4.7(a) から、DID を使わない場合は、電子陽電子の衝突では、2 つのビームの偏向角度は絶対値が同じで符号が逆なので正面衝突となることがわかって貰えると思う。反対に、電子電子ビームの衝突の場合は、符号も同じになるので正面衝突にはならず、Luminosity の減少を引き起こしてしまうことがわかる。一方、図 4.7(b) の DID を使った場合は、電子電子ビームに対しても正面衝突になっていることがわかって貰えると思う。しかし、現在の ILC の設計は、2.4 節に説明した Disruption Parameter  $D_y$  を大きく取った設計になっているため、電子陽電子衝突ではビームの位置が僅かにずれていても、お互いに引き合うため、垂直方向の変位のズレに強い設計になっているが、反対に電子電子衝突の場合は、お互い反発し合うため 2 つのビームの変位に僅かなズレがあるだけで、ほとんど衝突しなくなる。すなわち、ビームの交差角という立場だけでは、DID を使うことによって電子電子ビームの場合も正面衝突をさせることができるが、実際の電子電子衝突を考える際には、大幅なパラメータの変更が必要であることを、ここでは補足しておく。

実際に DID をビームラインに入れる際には、Final Doublet の磁場との干渉や、測定器との物理的な干渉があるため、偏向電磁石をどこにでも置けるというわけではない。実際の SiD 測定器に対して設計されている DID の様子を図 4.8 に示した。ここで注意が必要なのは、Final Doublet の四極電磁石が測定器のソレノイド磁場、および、DID と衝突点の間に入ってしまふ為、Dispersion 関数  $\eta_{x,y}$  が衝突点に発生してしまう。そのため、衝突点での位置や角度

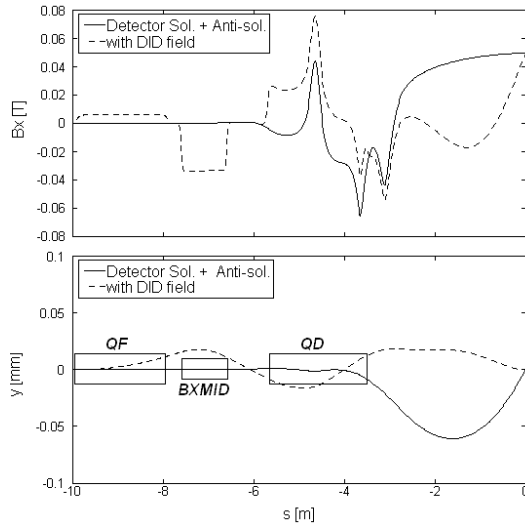


図 4.8: 測定器のソレノイド磁場の影響と補正をあらわす模式図。ここでは SiD タイプ [14] の測定器を仮定した。

だけでなく、Dispersion 関数も同時にゼロにしなければならない。これらの補正の為、ここでは Final Doublet の位置をずらして、偏向角度を付けたり、BXMID という新たな偏向電磁石を Final Doublet の QF と QD の間に置くことが必要になる。DID を使うことによって、衝突点での偏向角度を真っ直ぐに補正できるが、これはほんの僅かなスピンの偏極が大きな誤差を生むような幾つかの物理解析や、電子電子衝突をおこなうときには非常に重要である。しかし、最初に説明してきたように、衝突点での偏向角度を真っ直ぐに補正しなくても Luminosity の減少には結びつかない。一方、DID を使うことによって、衝突点での水平方向の変位と角度を同時にゼロにすることは可能であるが、その調整には、Final Doublet の位置をずらしたり、新たな偏向電磁石を挿入したりと、その調整自体が複雑であり、直接衝突点で偏極を測定できるわけでもないので、DID を導入することによるスピン操作のシステムチックも大きいのではないかと、個人的には杞憂を覚えている。

また、DID のように測定器中に水平方向の磁場を作るとを、別の効果に利用しようというアイデアも存在する。それは anti-DID [18] と呼ばれるものであり、anti-DID の導入の理由は、スピンの向きに対する考慮ではなく、測定器へのバックグラウンドに対する考慮から出た発想である。

4.2 節でも説明したように、取り出しラインの観点からは、小さな交差角の取り出しラインに比べて、大きな交差角の方がバックグラウンドを生みにくいものであった。しかし、ビームビーム対生成と呼ばれる Beamstrahlung によって放出された光子が、ビーム衝突の際の強磁場中で対生成を起こした際に生成される荷電粒子の場合は状況が変

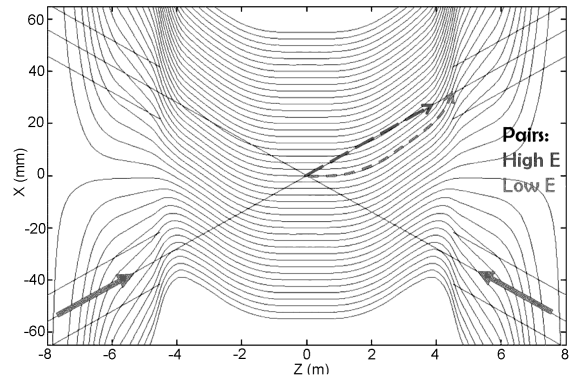


図 4.9: anti-DID のときの測定器での磁場分布。

わってくる。ビームビーム対生成では、比較的エネルギーの低い荷電粒子が大量に生成される。そして、このようなエネルギーの低い荷電粒子は、測定器のソレノイド磁場に沿って運動する。また、交差角がゼロの時は、ソレノイド磁場の向きはビームの進行方向と同じだが、有限の交差角が存在する場合は、ソレノイド磁場の向きと、ビームの進行方向の間で  $\theta_c/2$  だけ差が生じる。そのため、衝突点で生成された低エネルギーの荷電粒子は、測定器の全長を  $L$  とすると、測定器の出口では  $L\theta_c/4$  だけずれた位置に達する。これまで通り SiD 測定器を例にとり、実際の測定器への影響を定量的に考えると、測定器出口でのズレの大きさは  $2\text{mrad}$  の交差角の場合は  $3\text{mm}$  で、そのままビームパイプを通過することが出来る。しかし、 $20\text{mrad}$  の交差角の場合は  $30\text{mm}$  となり、ビームパイプを通過できず、これが測定器へのバックグラウンド源となる。このように、ビームビーム対生成により生成されたエネルギーの低い荷電粒子を考えると、取り出しラインの場合とは逆で、交差角が小さいほど有利になる。

また、測定器で生成されたエネルギーの低い荷電粒子が、測定器の出口でビームパイプへ到達する為の条件は、

$$\int_0^{L/2} ds (B_{x,\text{Sol.}}(s) + B_{x,\text{DID}}(s)) = 0 \quad (4.13)$$

$$\int_{-\infty}^0 ds s^2 B_{x,\text{DID}}(s) = 0 \quad (4.14)$$

となる。ここで、式 (4.14) は、直接、低エネルギー粒子のバックグラウンドに関わる条件ではないが、入射粒子が衝突点で垂直方向の変位を持たない為に必要な条件である。よって、anti-DID の条件を満たす磁場の要求は、DID の場合の磁場の条件とほぼ逆になる。このような条件を満たす磁場の例として、SiD 測定器に対する磁場のフラックスの様子を図 4.9 に示した。衝突点から測定器の外のビームパイプの中心に向かって磁場のフラックスが伸びている

ことがわかると思う。このように、交差角が大きい場合は anti-DID の技術を使うことにより、ビームビーム対生成によるエネルギーの低い荷電粒子の測定器への影響を抑えることが出来る。

しかし、ここで注意しなければならないのは、anti-DID の場合は、DID と逆向きにほぼ同じ大きさの磁場をかけるので、衝突点での垂直方向の角度は DID 無しの場合に比べて約2倍大きくなる。つまり、スピンの偏向角も2倍大きくなる。しかし、スピンのことを考慮に入れても、高エネルギー物理学者には anti-DID に価値を見いだしている人は多数いる。

このように、最終収束系付近のビーム光学系を考える際には、加速器の観点だけではなく、高エネルギー物理学者が何を求めているか、ということが非常に重要になってくる。その興味は人により異なり、要求もそれに依って異なってくるので、最終収束系の設計をおこなう際には、高エネルギー物理学者の立場、加速器物理学者の立場双方を照らし合わせて設計が進められている。

#### 4.5 交差角に対する纏め

これまで、いろいろな観点から、交差角の違いによる影響を説明してきた。そこで、これまで述べてきたさまざまな交差角の違いを表 4.1 に纏めた。

表 4.1: 交差角の違いの纏め。

	2mrad	20mrad
<b>Luminosity の減少率</b>		
Crab 空洞無し 500GeV	0.929	0.266
Crab 空洞無し 1TeV	0.925	0.236
<b>バックグラウンド</b>		
低エネルギー粒子		
外場無し時の出口位置	3mm	30mm
DID を使った時	6mm	60mm
anti-DID を使った時	0mm	0mm
Beamstrahlung 光子	取出磁石要改良	問題無
<b>衝突点でのスピン</b>		
外場無し時の偏向角度	5mrad	51mrad
DID を使った時	0mrad	0mrad
anti-DID を使った時	10mrad	102mrad

まず、Luminosity の観点からは、2mrad の交差角の場合は Crab 空洞の有無は大きな影響を与えないのに対して、20mrad の交差角では Crab 空洞の技術が絶対に必要である。Crab 空洞自体は、未だ完成された技術であるとは言

い難いが、2007 年頭に KEKB への適用が予定されている [11]。KEKB で試験される Crab 空洞と ILC のための Crab 空洞は空洞自体の技術は違うものだが、実機への適用という意味では、KEKB での適用を通して多くの経験が得られることを期待している。

次に測定器へのバックグラウンドに関しては、2mrad の交差角に関しては、外場を使わない場合、DID を使う場合は、ビームビーム対生成により生成される低エネルギー粒子が測定器出口で問題を引き起こす可能性が示唆されている。しかし anti-DID を使用することにより、この問題は避けられると考えられている。一方、20mrad の交差角に関しては、ビームビーム対生成により生成される低エネルギー粒子は問題にならないとされているが、今度は取り出しラインで Beamstrahlung によるガンマ線が問題視されている。現在の 2mrad の交差角の設計では、取り出しラインの問題を解消する為に Beamstrahlung によるガンマ線と干渉しないような特殊な形状をした取り出しラインの四極電磁石の設計が必要である。

また、20mrad の交差角の場合に問題となった偏極率測定へのビームのスピンが測定器のソレノイド磁場で曲げられることの影響を定量的に考えてみる。ソレノイド磁場によるスピンの垂直方向の偏向角を  $\theta_s$ 、偏極率測定器と衝突点との間の幾何学的な垂直方向のスピンの向き差、および、その誤差を  $\theta_p$ 、 $\Delta\theta_p$  とすると、実際の衝突点でのスピンの大きさは、

$$P = P_0 \cos(\theta_s - \theta_p) \quad (4.15)$$

と置くことが出来る。ここで、 $\theta_p = 0$ 、および、偏極率測定器と衝突点との間の幾何学的なスピンの方向の設定精度が充分小さいとしたとき、偏極率の測定精度は、

$$\frac{\Delta p}{p} = |\tan(\theta_s - \theta_p)| \sqrt{\Delta\theta_s^2 + \Delta\theta_p^2} \cong |\theta_s \Delta\theta_p| \quad (4.16)$$

と置くことが出来る。式 (4.16) から分かるように、ソレノイド磁場によるスピンの交差角が大きければ大きい程、スピンの測定精度は悪くなる。解析する物理のチャンネルにも依るが、ILC で要求されているスピンの測定精度は 0.25% 以下にすべきとされている。表 4.1 から、20mrad の交差角で anti-DID を使った場合が最も偏向角の大きい程、衝突点で 102mrad 変わってしまう。このとき、偏極率の測定精度 0.25% 以下の条件を実現する為には、偏極率測定器と衝突点との間の幾何学的な垂直方向のスピンの向きの設定誤差を約 25mrad 以下まで抑えなければならない。この値を実現することは不可能ではないが、偏極率の測定精度に対して、更なる高い要求が出たときは対応が難しくなる。また DID を使うことにより、式 (4.16) で評価される

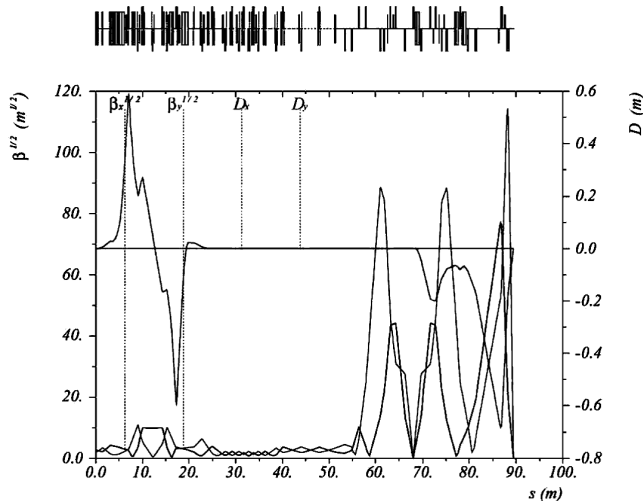


図 5.1: ATF-II のビーム光学系。

偏極率の測定精度は上がるが、今度は DID 自体の調整制度が偏極率測定の系統誤差に効いてくる。その辺りも充分考慮した上で DID の利点は考えなければならない。

また、本稿では現在の ILC の基本設計である 2mrad と 20mrad の 2 つの場合のみに焦点を当て議論を重ねてきた。しかし、2mrad と 20mrad の基本設計以外にも、20mrad のデメリットを最小限に抑える為、若干交差角を少なくした 14mrad の交差角や、2mrad の改良型として正面衝突の測定器周辺の設計なども並行しておこなわれている。

## 5 ATF-II 計画

FFTB (Final Focus Test Beam) と呼ばれる計画が、1994 年から 1997 年にかけて SLAC でリニアコライダーの為の最終収束ビーム光学系の試験としておこなわれた [2, 3]。FFTB は Global Chromaticity Correction 型の光学系を使い、ビームサイズを垂直方向に 47nm まで絞れる設計である。FFTB の実験では、最終的に約 70nm までビームを絞ることに成功した [3]。しかし、この約 70nm という値は、それ自体は世界最小のビームサイズであるが、設計値の 47nm に比べて大きい値である。この設計値と測定値の違いの原因は、ビームジッターの影響であるとの見解もある。しかし、本当の理由は FFTB で使われたビームサイズモニターは一回のパルスで測定できるタイプのモニターではなく、幾つかのパルスを重ね合わせてビームサイズを測定するタイプのモニターであったため [19]、ビームジッターが原因であると断言することは難しい。例えば、非線形成分を含めたビーム調整が不完全であるために、ビームサイズが膨れてしまっているという可能性も否定できない。成功も収めたが、僅かながらの問題も解決で

きないまま FFTB の実験は終了した。

その後、最終収束系の設計も進歩し、特に Local Chromaticity Correction のアイデアが出たあと、リニアコライダーの最終収束系の設計は一気に新しい Local Correction を基調としたものへと移行していった。更に、それまで世界各国で提唱されてきたリニアコライダーの計画も、現在では ILC (International Linear Collider) として統一され、国際協力のもと ILC の実現に向けて努力が進められている。そこで、設計や調整方法も FFTB の時代から一新された ILC での最終収束系の実証実験を求める声が広がった。その声に応じて、高エネルギー加速器研究機構の ATF (Accelerator Test Facility) で、2008 年より Local Correction を基調とした ATF-II と呼ばれる ILC の為の最終収束ビーム光学系の実証実験が始められようとしている [8]。

表 5.1: ILC の最終収束系と、FFTB、ATF-II のパラメータの比較。

Parameters	ILC	FFTB	ATF-II
$E_{\text{beam}}$ [GeV]	250 / 500	46	1.3
$N_{\text{bunch}}$	$2 \times 10^{10}$	$5 \times 10^{10}$	$1 \times 10^{10}$
$\gamma\epsilon_x$ [radm]	$1 \times 10^{-5}$	$3 \times 10^{-5}$	$3 \times 10^{-6}$
$\gamma\epsilon_y$ [radm]	$4 \times 10^{-8}$	$2 \times 10^{-6}$	$3 \times 10^{-8}$
$\beta_x^*$ [mm]	21 / 30	3.0	4.0
$\beta_y^*$ [mm]	0.4 / 0.3	0.1	0.1
$L^*$ [m]	3.5 or 4.3	1.5	1.0
$\sigma_x^*$ [ $\mu\text{m}$ ]	0.66 / 0.55	1	2
$\sigma_y^*$ [nm]	5.7 / 3.5	47	37

ILC の最終収束系と FFTB、ATF-II の最終収束系のパラメータを表 5.1 に纏めた。表 5.1 を見てもらうとわかるようにビームのエネルギーの違いこそあれ、ATF のビームのエミッタンスは、ILC のビームエミッタンスと同等以上の性質を持っている [7]。そのため、最終的に焦点で収束できるビームサイズは、ILC の最終収束系には及ばないものの、ビームのエネルギーが格段に低いにもかかわらず FFTB と同等の値になっている。

ATF-II のビーム光学系を図 5.1 に、ATF-II の配置図を図 5.2 に示した。図 5.1 を見てもらうとわかるように、ATF-II のビーム光学系は、ILC の最終収束ビーム光学系に非常に近い形で、ビームの収差を補正する方式を採用している。また、ILC と ATF-II に要求されている電磁石の磁場誤差やアライメント精度の要求を図 5.3 に示した。これらの要求を比較すると、ATF-II に要求される電磁石の磁場誤差やアライメント精度は ILC と同程度であることがわかる。

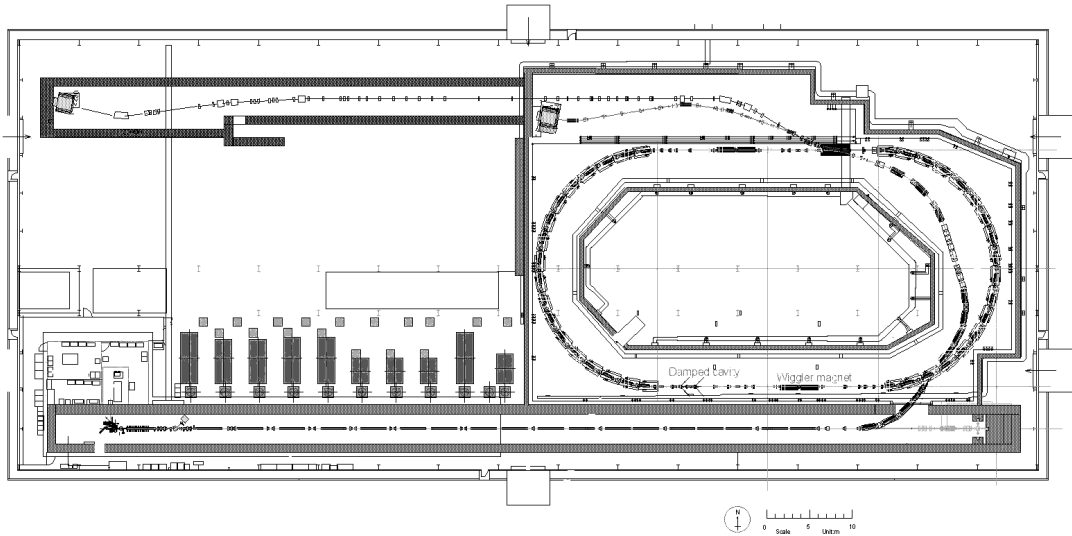


図 5.2: ATF-II の配置図。配置図上部のビームラインの内、長く伸びているラインが最終収束系を含んだ ATF-II のビームラインとなる。短いラインは既存の ATF の取り出しラインとなる。

また、ビーム調整方法も ILC と同様の方法を採用する為、ATF-II でのビーム調整の難易度も、ILC でのビーム調整の難しさと同程度である。これらを考えると、ATF-II は ILC の最終収束系の実現に向けた非常に良い試験装置であることがわかると思う。

また、残念ながら ATF-II でも FFTB と同様にシングルショットで衝突点のビームサイズを測定できるビームモニターを置くことは出来ない。しかし、ATF-II では高精度のビーム位置モニターを使うことにより、ビームジッターの詳細な研究を進めたり [20]、Feedback を使ってビーム軌道を安定させることにより、ビームジッターの影響が無い状態でビームサイズを測定することを可能にしている。これらの情報を総合的に判断して、FFTB の実験で完全な結論が出なかったビームサイズの設計値と測定値の差の問題が起らないように研究を進める予定である。また FFTB は SLC の実験の間の 1-3 週間の短いビームタイムを使い進められた実験であったのに対して、ATF-II では長期運転が可能である。その為、ビームサイズやビーム位置の長期安定性や長期 Feedback の研究にも適した装置である。

最後に ATF-II は、日本を中心としたアジア、アメリカ、ヨーロッパの三極連携のもと設計、加速器コンポーネントの製作が進められている。そして、建設後の運転も日本をホスト国とした国際協力のもと進められることになる。このような運営の方式についても ILC を睨んだ国際協力の一つのモデルケースになることを期待され、世界中から注目をされている。

## 6 まとめ

現在の ILC の最終収束系のパラメータは出来る限り Luminosity が高く、出来る限り Beamstrahlung によるエネルギー損失も抑えた形で最適化されている。そのようなパラメータのビーム光学系をつくる為、ILC では Local Chromaticity Correction を基調としたビーム光学系を使用する予定である。この Local Correction を使った最終収束系は、旧来の Global Correction による最終収束系に対して、全長が短くなり、 $L^*$  も長くとることが出来て、エネルギーのバンド幅が広く、ビームハローが広がらないという利点がある。

このように最適化された最終収束ビーム光学系の試験は、高エネルギー加速器研究機構の ATF-II と呼ばれる試験施設を使い、2008 年から国際協力の形で始められる予定である。ATF-II のアライメント精度やビーム調整の難易度は ILC の最終収束系の難易度と同等である。そのため ILC の最終収束系に必要なとされるビーム調整技術や、ビーム診断装置の開発は ATF-II の経験を基に更に洗練されていくことを期待している。

最終収束系の周辺に目を移すと、現在一番問題となっているのは、衝突点での交差角である。交差角を小さく取ると取り出しラインの設計が難しくなり、反対に交差角を大きく取ると Crab 空洞や anti-DID といった現在まだ実機での試験が終わっていない装置に頼った設計にならざるを得ない。これらの設計は、加速器物理の観点からだけでなく、測定器を含んだ高エネルギー物理学者の観点からの意見も広く取り入れて、更に最適化を進めていく必要がある。



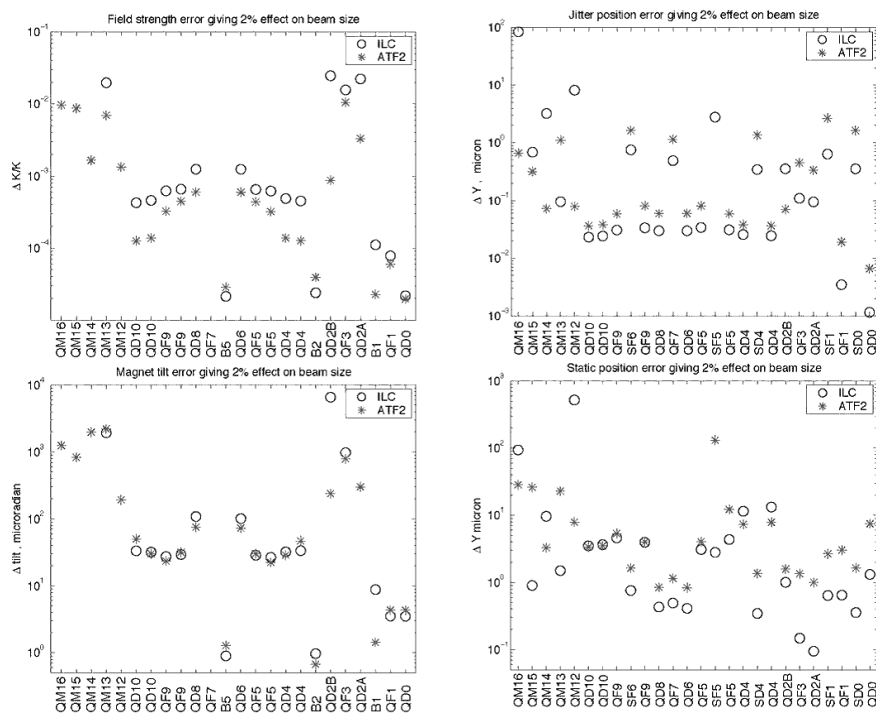


図 5.3: ILC の最終収束系と ATF-II の電磁石に対する許容値。

## 謝辞

本稿を書くに辺り、多くの加速器の勉強をする機会を得ました。このような機会を頂いた神谷幸秀加速器施設長、佐藤康太郎主幹、横谷馨リニアコライダー推進室長、および、古屋貴章教授に感謝いたします。また、本稿執筆に関わる時間を頂いた浦川順治教授をはじめとする KEK-ATF 全スタッフ、本稿を書くに辺り助言を頂いた黒田茂氏、田内利明助教授、本田洋介氏には、この場を借りて感謝致します。

## 参考文献

- [1] 山本昇, OHO'95 VII-1.
- [2] M.Berndt *et al.*, SLAC-REF-376 (1991).
- [3] V.Balakin *et al.*, Phys. Rev. Lett., **74** 2479 (1995).
- [4] P.Raimandi and A.Seryi, Phys. Rev. Lett., **86** 3779 (2001).
- [5] GLC Project Report (Roadmap)  
<http://lcdev.kek.jp/ProjReport/> (2003).
- [6] Baseline Configuration Document,  
<http://www.linearcollider.org/wiki/doku.php>.
- [7] ATF Design and Study Report, KEK Internal95-4.
- [8] ATF2 Proposal, KEK Report 2005-2.
- [9] K.Oide, Phys.Rev. Lett. **61**, 1713 (1988).
- [10] M.McAshan *et al.*, FERMILAB-TM-2144 (2001).
- [11] K.Hosoyama *et al.*, SRF2005, Cornell University (2005).
- [12] P.Chen, Phys. Rev. D, **46** 1186 (1992).
- [13] K.Yokoya and P.Chen, Lecture Notes Physics, **400** 415 (1992).
- [14] J.Brau *et al.*, DESY-PROC-2004-01.
- [15] D.Angal-Kalinin *et al.*, BDS Report, VLCW06, Vancouver (2006).
- [16] B.Parker and A.Seryi, Phys. Rev. ST-AB **8** 041001 (2005).
- [17] Y.Nosochkov and A.Seryi, Phys. Rev. ST-AB **8** 021001 (2005).
- [18] A.Seryi *et al.*, SLAC-PUB-11662 (2006).
- [19] T.Shintake, Nucl. Instru. Meth. **A311** 455 (1992).
- [20] 本田洋介, OHO2006.